گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

مرحلهٔ ۳

آزمون آزمایشی ۱ آبان ۱۴۰۵

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژهٔ داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۶

دفترچهٔ شمارهٔ ۱ **A**



مواد امتحانی	تعداد پرسش	از شماره	تا شماره	وقت پیشنهادی
ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

تعداد کل پرسش‌ها: ۴۰

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات اختصاصی خود مانند کارنامهٔ هوشمند بعد از آزمون، رفع اشکال هوشمند و ... با استفاده از نام کاربری و رمز عبور وارد سایت gozine2.ir شوید.

در ثبت‌نام اینترنتی نام کاربری کد ملی شماست و رمز عبور توسط خودتان تعیین شده است.

در ثبت‌نام انفرادی و مدرسه‌ای، نام کاربری و رمز عبور خود را از مدرسه یا نمایندگی شهر خود دریافت نمایید.

دفترچهٔ پاسخ تشریحی

ریاضی ۱: فصل ۵ (ص ۹۴ تا ۱۱۷)
محدوده: حسابان ۱: فصل ۲ (ص ۳۷ تا ۷۰)
حسابان ۲: فصل ۱ درس ۱ (ص ۱ تا ۱۲)

۱- تابع f با پارامتر حقیقی a به‌صورت $f(x)=\begin{cases}-x^۲+۴x+۱ & x\geq ۱\\ ax+۱-۳a & x<۱\end{cases}$ تعریف شده است. کدام بازه، مجموعهٔ همهٔ مقادیر a است که برد این تابع را برابر با $\mathbb{R}$ می‌کند؟

۱) $(-\infty,-\frac{۳}{۲})$ ۲) $[-۲,۰)$ ۳) $[-\frac{۳}{۲},+\infty)$ ۴) $[-۲,+\infty)$

۲- تابع‌های f و g به‌ترتیب همانی و ثابت‌اند. حاصل کم کردن کسر $\frac{f(۲)}{g(۴)+f(-۲)}$ از کسر $\frac{f(۴)g(-۱)}{g(۲)+f(-۲)}$ برابر با ۵ است. مقدار $f(\frac{۳}{۴})\times g(\frac{۳}{۸})$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) -۶ ۳) ۳ ۴) -۳

۳- کدام‌یک از رابطه‌های زیر، تابع نیست؟

۱) $y=|x|+۱$ ۲) $x=(y-۱)^۲-۱$

۳) $y=\frac{x^۳}{۲}$ ۴) $y=\sqrt{x+۲}-۱$

۴- کدام گزینه در مورد تابع $f(x)=|x-۲|+۲$ درست است؟

۱) دامنهٔ f، $[۲,+\infty)$ است.
۲) برد f، $[۲,+\infty)$ است.
۳) f، تابعی خطی است.
۴) f، تابعی چندجمله‌ای است.

۵- دامنه و قاعدهٔ تابع f مطابق $\begin{cases}f:[-۲,۶]\to[a,b]\\ f(x)=(x-۱)(x-۵)+۳\end{cases}$ ثابت‌اند و تنها بازهٔ هم‌دامنهٔ آن قابل انتخاب است. از میان بازه‌هایی که می‌توانند هم‌دامنهٔ این تابع باشند، کمترین مقدار $b-a$ کدام است؟

۱) ۲۴ ۲) ۲۵ ۳) ۲۱ ۴) ۸

۶- ضابطه‌های گزینه‌ها با دامنهٔ طبیعی در اعداد حقیقی در نظر گرفته شده‌اند. پس از حذف سه ضابطهٔ معرف یک تابع واحد، کدام ضابطه باقی می‌ماند؟ ($[\ ]$، علامت جزء صحیح است.)

۱) $y=\frac{[x+۳]|x-۳|}{|x-۳|}$ ۲) $y=\frac{[x]^۲-۹}{[x]-۳}$

۳) $y=[x]+۲+\sin^۲\frac{۱}{x-۳}+\cos^۲\frac{۱}{x-۳}$ ۴) $y=[x]+\frac{۳(۲^{x-۳}-۱)}{۲^{x-۳}-۱}$

۷- تابع حقیقی $f(x)$ حاصل تقسیم عبارت $x-۳$ بر کسر $\frac{(x-۱)(x+۲)-۱۰}{x+۲}$ است. دامنهٔ این تابع کدام است؟

۱) $\mathbb{R}-\{-۲,۳\}$ ۲) $\mathbb{R}-\{-۴,-۲,۳\}$

۳) $\mathbb{R}-\{-۴,-۲\}$ ۴) $\mathbb{R}-\{-۲\}$

محل انجام محاسبات:

۸- کدام گزینه دربارهٔ تعداد و علامت ریشه‌های معادلهٔ زیر درست است؟

$$x^{۲}-۶=\sqrt{x+۶}$$

۱) فقط یک ریشه مثبت ۲) فقط یک ریشهٔ منفی ۳) دو ریشهٔ هم‌علامت ۴) دو ریشهٔ مختلف‌العلامت

۹- مجموع خروجی‌های تابع خطی f به‌ازای ورودی‌های ۱ و ۳ برابر ۶ است. همچنین $f^{-۱}(۹)=-۱$. مقدار $f^{-۱}(۶+f(۵))$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) $\frac{۱۱}{۲}$ ۳) ۸ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۱۰- کدام‌یک از توابع زیر وارون‌پذیر است؟

۱) $y=(x-۲)^{۲}+۱$ ۲) $y=۲-|x+۱|$ ۳) $y=x^{۳}-۳x$ ۴) $y=\sqrt[۸]{x|x^{۳}|}$

۱۱- جدول زیر تمام ورودی‌ها و خروجی‌های تابع g را نشان می‌دهد:

x	۳	۶	۸	۹
$g(x)$	-۲	۵	$\frac{۳}{۲}$	۲

تابع f نیز با $\begin{cases} f:\mathbb{N}\to\mathbb{N} \\ f(x)=۳x+۱ \end{cases}$ تعریف شده است. کدام مجموعهٔ زوج‌های مرتب، تابع $f+g^{-۱}$ را نشان می‌دهد؟

۱) $\{(۲,۲۸),(۵,۱۹)\}$ ۲) $\{(۶,۲۱),(۹,۹)\}$

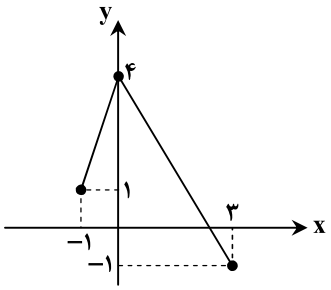
۳) $\{(۶,۲۴),(۹,۳۰)\}$ ۴) $\{(۲,۱۶),(۵,۲۲)\}$

۱۲- اگر f و g دو تابع باشند، کدام گزینه دربارهٔ دامنهٔ (D) و برد (R) تابع gof درست است؟

۱) اگر $D_{gof}=D_f$ آنگاه حتما $R_{gof}=R_g$ ۲) اگر $R_f=D_g$ آنگاه $R_{gof}\neq R_g$

۳) اگر $D_f=D_g$ آنگاه قطعاً $R_{gof}=R_g$ ۴) اگر $D_{gof}\neq D_f$ آنگاه ممکن است $R_{gof}=R_g$

۱۳- نمودار تابع f در شکل روبه‌رو داده شده است. اشتراک دامنه و برد تابع $h(x)=۱-f(x+۱)$ کدام است؟



۱) $[-۲,۲]$

۲) $[-۲,۳]$

۳) $[-۴,۲]$

۴) $[-۳,۲]$

۱۴- نمودار تابع $y=|x|-۲$ را دو واحد به چپ انتقال می‌دهیم، سپس نسبت به محور xها قرینه می‌کنیم و در پایان ۳ واحد به بالا منتقل می‌کنیم. مساحت ناحیهٔ محدود به نمودار جدید و محور xها کدام است؟

۱) ۲۰ ۲) ۲۴ ۳) ۲۵ ۴) ۳۰

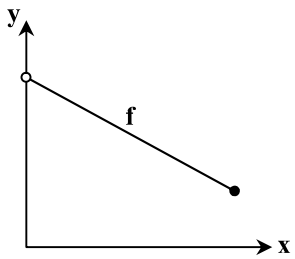
محل انجام محاسبات:

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۵- از تابع یک‌به‌یک $y=f(x)$، با جایگزین‌کردن x با $2x-5$ و ضرب خروجی در -3، تابع جدیدی ساخته می‌شود. نقطهٔ $(\alpha,0)$ روی نمودار تابع اولیه قرار دارد. صفر تابع جدید کدام است؟

۱) $5-2\alpha$
۲) $\frac{-3(5-\alpha)}{2}$
۳) $\frac{5-\alpha}{2}$
۴) $-3(5-2\alpha)$

۱۶- شکل زیر نمودار تابع f را نشان می‌دهد. نمودار کدام تابع، ممکن است نمودار f را قطع کند؟



۱) $f(x)+1$
۲) $f(-x)$
۳) $-f(x)+8$
۴) $-f(x)-2$

۱۷- با اعمال دو تبدیل جداگانه بر نمودار $y=f(x)$، نمودارهای $y=f(2+x)+\alpha$ و $y=f(2x+1)$ به‌دست آمده‌اند. تصویر یک نقطه از نمودار اولیه در این دو تبدیل، به‌ترتیب $A(2,3)$ و $A'(\beta,-2)$ است. مقدار $\alpha+\beta$ کدام است؟

۱) $\frac{7}{2}$
۲) $\frac{13}{2}$
۳) $-\frac{13}{2}$
۴) $-\frac{7}{2}$

۱۸- نمودار تابع درجهٔ دوم $y=g(x)$ با دامنهٔ $\mathbb{R}$ ابتدا نسبت به خط $y=x$ و سپس نسبت به محور طول‌ها قرینه شده است. بخشی از نمودار نهایی با نمودار تابع $f(x)=\sqrt{3x-6}-4$ روی دامنهٔ طبیعی آن منطبق است. تابع $y=g(2x-4)$ با کدام دامنه یک‌به‌یک است؟

۱) $(-\infty,8]$
۲) $[-8,+\infty)$
۳) $(-\infty,6]$
۴) $[6,+\infty)$

۱۹- تابع $f(x)=1-\sqrt{5-x}$ مفروض است. اگر نمودار تابع $h(x)=a+f(3a-x)$ از ناحیهٔ دوم عبور نکند، حداقل مقدار مثبت a کدام است؟

۱) -1
۲) $\frac{5}{3}$
۳) 3
۴) $\frac{1}{3}$

۲۰- نمودار تابع $f(x)=x^2-2x+3$ را یک واحد به بالا انتقال می‌دهیم، سپس نسبت به محور yها قرینه می‌کنیم و در پایان k واحد به راست انتقال می‌دهیم $(k>2)$. اگر بازهٔ $(\frac{9}{4},+\infty)$ بزرگ‌ترین بازه‌ای باشد که در آن نمودار حاصل پایین‌تر از نمودار f است، مقدار k کدام است؟

۱) ۳ یا ۴
۲) $\frac{5}{2}$ یا ۳
۳) $\frac{5}{2}$ یا ۴
۴) ۳ یا ۶

محل انجام محاسبات:

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

محدوده: هندسه ۱: فصل ۱ (ص ۹ تا ۲۷)
هندسه ۳: فصل ۱ درس ۱ (ص ۹ تا ۲۱)

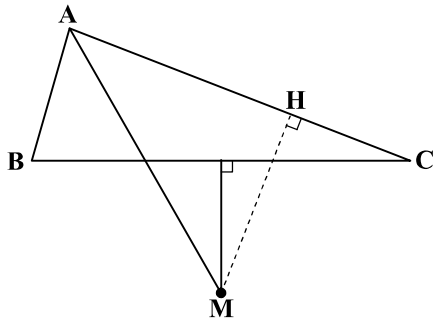
۲۱- دو خط موازی d_1 و d_2 به فاصلهٔ ۸ واحد از یکدیگر قرار دارند. دو خط دیگر ℓ_1 و ℓ_2 چنان قرار دارند که قدر مطلق تفاضل فاصله‌های هر نقطه روی آن‌ها از خطوط d_1 و d_2، برابر ۴ واحد است. فاصلهٔ دو خط ℓ_1 و ℓ_2 چقدر است؟

۱) ۸ واحد ۲) ۶ واحد ۳) ۴ واحد ۴) ۲ واحد

۲۲- در چهارضلعی محدب ABCD، اگر $B\hat{A}C > B\hat{C}A$ و $A\hat{C}D > C\hat{A}D$ و محیط چهارضلعی برابر ۳۰ واحد باشد، کدام رابطه الزاماً درست است؟

۱) $AB+CD>15$ ۲) $AB+CD<15$ ۳) $BC+AD<15$ ۴) $AB+CD=15$

۲۳- در مثلث غیر متساوی‌الساقین ABC، نقطه M محل برخورد نیمساز داخلی زاویهٔ A و عمودمنصف ضلع BC است. همچنین MH بر ضلع AC عمود است. اگر $AB=8$ و $CH=5$ باشد، طول ضلع AC کدام است؟



۱) ۱۴
۲) ۱۶
۳) ۱۸
۴) ۲۰

۲۴- اگر A، B، C و D چهار ماتریس مربعی هم‌مرتبه باشند و $D=BA$ و $C=AB$ باشد، حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$A(BA)^3B+B(AB)^3A-C^4$$

۱) C^4 ۲) D^4 ۳) C^4+D^4 ۴) O (ماتریس صفر)

۲۵- اگر A و B دو ماتریس مربعی هم‌مرتبه باشند و $A=2B^3-B^2+3B-I$ باشد، حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$(A+2B)^2-(A-2B)^2+(A-3B)(A+3B)$$

۱) $A^2+8AB-9B^2$ ۲) $A^2+4AB-9B^2$ ۳) $A^2+8AB+9B^2$ ۴) $A^2-8AB-9B^2$

۲۶- اگر A، B و C سه ماتریس مربعی از مرتبهٔ ۲ باشند و $C=A\begin{bmatrix}4&-2\\3&1\end{bmatrix}B-A\begin{bmatrix}1&-2\\3&-2\end{bmatrix}B$ باشد، حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$C^{10}-3^{10}A(BA)^9B$$

۱) O (ماتریس صفر) ۲) $3^{10}(AB)^{10}$ ۳) $3^{10}A^{10}B^{10}$ ۴) $3^{10}(BA)^{10}$

۲۷- اگر $A=\begin{bmatrix}2&-1\\1&1\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}x&2\\y&-1\end{bmatrix}$ باشند و ماتریس $AB+BA$ قطری باشد، مجموع درایه‌های ماتریس AB کدام است؟

۱) ۱۴ ۲) ۲۱ ۳) ۲۷ ۴) ۴۱

محل انجام محاسبات:

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۸- ماتریس‌های A و B به‌صورت زیر مفروض‌اند:

$$A=\begin{bmatrix}۱ & ۱ & ۱\\ ۱ & ۱ & ۱\\ ۱ & ۱ & ۱\end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix}k & ۰ & ۰\\ ۰ & k & ۰\\ ۰ & ۰ & k\end{bmatrix}$$

اگر مجموع درایه‌های ماتریس‌های $A^۶+B^۲$ و $۳A^۵+B^۳$ برابر باشد و $k>۰$، مقدار k کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۶ ۴) ۹

۲۹- اگر $A=[a_{ij}]_{n\times n}$ و $B=[b_{ij}]_{n\times n}$ دو ماتریس باشند، به‌طوری که $a_{ij}=i$ و $b_{ij}=n+۱-j$ باشد، مجموع تمام درایه‌های ماتریس AB کدام است؟ ($n\in\mathbb{N}$ و $n\geq ۲$)

۱) $\frac{n^۲(n+۱)^۲}{۴}$ ۲) $\frac{n^۳(n+۱)}{۲}$ ۳) $\frac{n^۳(n+۱)^۲}{۴}$ ۴) $\frac{n^۲(n+۱)(۲n+۱)}{۶}$

۳۰- اگر $A=\frac{۱}{\sqrt{۱۳}}\begin{bmatrix}۲ & ۳\\ ۳ & -۲\end{bmatrix}$ باشد، حاصل عبارت $I+A+A^۲+A^۳+\cdots+A^{۱۴۰۵}$ کدام است؟

۱) $۷۰۲(A+I)$ ۲) $۷۰۳(A+I)$ ۳) $۷۰۳A+۷۰۲I$ ۴) $۷۰۴(A+I)$

مرحلهٔ ۳ | داوطلب ریاضی | ریاضیات

محدوده: آمار و احتمال: فصل ۱ درس ۱ (ص ۱ تا ۱۵)
ریاضیات گسسته: فصل ۱ درس ۱ (ص ۱ تا ۸)

۳۱- یک سطر از جدول ارزش‌گذاری گزاره‌های p و q و ترکیب‌های آن‌ها در زیر آمده است.

p	q	$\sim p\wedge q$	$\sim(p\wedge\sim q)$	$p\vee(\sim p\wedge q)$
؟	؟	؟	ن	؟

برای تکمیل این سطر، خانه‌های نامشخص به‌ترتیب از راست به چپ چه ارزش‌هایی باید داشته باشند؟

۱) درست- نادرست- درست- درست
۲) نادرست- نادرست- نادرست- درست
۳) درست- نادرست- نادرست- درست
۴) درست- نادرست- درست- نادرست

۳۲- گزارهٔ $\exists x;(x\notin A\Rightarrow(x\notin A\wedge x\in B))$ دربارهٔ دو مجموعهٔ A و B در نظر گرفته شده است. کدام گزاره با نقیض آن هم‌ارز است؟

۱) $\forall x;(x\in A\Rightarrow(x\in A\vee x\notin B))$
۲) $\exists x;(x\notin A\Rightarrow(x\in A\vee x\notin B))$
۳) $\forall x;(x\notin A\wedge(x\in A\wedge x\notin B))$
۴) $\forall x;(x\notin A\wedge(x\in A\vee x\notin B))$

۳۳- دو گزارهٔ مرکب $p\vee r$ و $p\Rightarrow q$ هر دو درست‌اند و درستیِ گزارهٔ شرطی به انتفای مقدم است. کدام گزاره همواره درست است؟

۱) $(r\wedge q)\vee p$ ۲) $(p\wedge r)\vee\sim q$ ۳) $(r\Rightarrow q)\Leftrightarrow(p\vee q)$ ۴) $(r\vee\sim p)\Rightarrow(p\wedge\sim q)$

۳۴- عددهای $a^۲+۱$ را برای همهٔ مقادیر طبیعی a بر ۱۰ تقسیم می‌کنیم و مجموعهٔ باقی‌مانده‌های حاصل را A می‌نامیم. حکم «برای هر عدد طبیعی n، عدد $۲^n-۱$ اول است» مطرح شده است. با روش در نظر گرفتن همهٔ حالت‌ها، چند عضو A می‌توانند مثال نقض این حکم باشند؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

محل انجام محاسبات:

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۵- کدام گزینه مثال نقض مناسبی برای حکم زیر است؟

«حاصل‌ضرب دو ماتریس غیرصفر همواره غیرصفر است.»

۱) $\begin{bmatrix}۱ & -۱\\ ۲ & -۲\end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix}۲ & ۱\\ ۲ & ۱\end{bmatrix}$

۲) $\begin{bmatrix}۳ & -۲\\ -۳ & ۲\end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix}۲ & ۳\\ ۲ & ۳\end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۰ & -۱\end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix}۰ & ۲\\ ۲ & ۰\end{bmatrix}$

۴) $\begin{bmatrix}۴ & -۲\\ -۲ & ۱\end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix}۱ & ۲\\ ۲ & ۴\end{bmatrix}$

۳۶- دو عدد مثبت x و y را در نظر بگیرید. می‌خواهیم نشان دهیم مجموع مربع‌های دو نسبت $\frac{x}{y}$ و $\frac{y}{x}$ از مجموع این دو نسبت کمتر نیست. در اثبات این ادعا به روش اثبات بازگشتی، کدام رابطهٔ بدیهی به دست می‌آید؟

۱) $(x^۲+xy+y^۲)^۲(x-y)\geq ۰$

۲) $(x^۲+xy+y^۲)(x-y)^۲\geq ۰$

۳) $(x^۲-y^۲)^۲\geq ۰$

۴) $(x^۲+y^۲)^۲\geq ۰$

۳۷- حاصل‌ضرب دو عبارت $\sqrt{۲}+۳$ و $\alpha-\beta\sqrt{۲}$ برابر ۵ است. با فرض اینکه α و β اعدادی گویا هستند، مقدار $\alpha+\beta$ کدام است؟

۱) $\frac{۱۰}{۷}$

۲) $\frac{۱۶}{۷}$

۳) $\frac{۲۰}{۷}$

۴) ۲۰

۳۸- برای هر دو عدد صحیح x و y، ادعا می‌شود که از فرد بودن $x-y$ می‌توان زوج بودن $x^۲+y^۲$ را نتیجه گرفت. کدام‌یک از گزاره‌های زیر از نظر درستی یا نادرستی، با ادعای داده‌شده ارزش یکسانی دارد؟

۱) اگر a و b دو عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک باشند و $a+b$ عددی اول باشد، آنگاه $a^۲+b^۲$ نیز عددی اول است.

۲) مجموع n عدد فرد طبیعی نخست برابر $n^۲$ است.

۳) حاصل‌ضرب دو عدد گویا، عددی گویاست.

۴) باقی‌ماندهٔ تقسیم مربع هر عدد صحیح فرد بر ۸ برابر ۱ است.

۳۹- همهٔ زوج‌های مرتب (a,b) با مؤلفه‌های حسابی را در نظر بگیرید که مجموع مؤلفه‌هایشان کمتر از ۹۰ و مؤلفهٔ اولشان کمتر از ۶۰ است. چند زوج از آن‌ها تساوی $(a-b)^۲=a^۲-b^۲$ را برقرار می‌کنند؟

۱) ۱۰۵

۲) ۴۴

۳) ۱۰۴

۴) ۴۵

۴۰- چند مورد از گزاره‌های زیر را می‌توان به روش برهان خلف اثبات کرد؟

الف) برای هر عدد طبیعی n، اگر $n^۲+n$ زوج باشد، آنگاه n زوج است.

ب) برای هر عدد طبیعی n، اگر $n^۲-۱$ بر ۸ بخش‌پذیر باشد، آنگاه n فرد است.

ج) برای هر عدد طبیعی n، اگر $n^۲+۲$ بر ۳ بخش‌پذیر باشد، آنگاه n بر ۳ بخش‌پذیر است.

د) برای هر عدد طبیعی n، اگر $n^۲+۱$ بر ۵ بخش‌پذیر باشد، آنگاه n زوج است.

ه) برای هر دو عدد طبیعی a و b، اگر $a^۲+b^۲$ فرد باشد، آنگاه $a+b$ نیز فرد است.

۱) یک مورد

۲) دو مورد

۳) سه مورد

۴) چهار مورد

محل انجام محاسبات:

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گزینه دو

مؤسسه آموزشی فرهنگی

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

مرحلهٔ ۳

آزمون آزمایشی ۱ آبان ۱۴۰۵

گروه آزمایشی علوم ریاضی

ویژهٔ داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۶

دفترچهٔ شمارهٔ ۲ **A**



مواد امتحانی	تعداد پرسش	از شماره	تا شماره	وقت پیشنهادی
فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه
	تعداد کل پرسش‌ها: ۶۵		مدت پاسخ‌گویی: ۷۵ دقیقه	

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات اختصاصی خود مانند کارنامهٔ هوشمند بعد از آزمون، رفع اشکال هوشمند و ... با استفاده از نام کاربری و رمز عبور وارد سایت gozine2.ir شوید.

در ثبت‌نام اینترنتی نام کاربری کد ملی شماست و رمز عبور توسط خودتان تعیین شده است.

در ثبت‌نام انفرادی و مدرسه‌ای، نام کاربری و رمز عبور خود را از مدرسه یا نمایندگی شهر خود دریافت نمایید.

دفترچهٔ پاسخ تشریحی

کانال رسمی گزینه دو در پیام‌رسان بله

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

سال تحصیلی: ۰۶-۱۴۰۵

محدوده: فیزیک ۱: فصل‌های ۱ و ۲ (ص ۱ تا ۵۲)
فیزیک ۳: فصل ۱ تا ابتدای حرکت با شتاب ثابت (ص ۱ تا ۱۵)

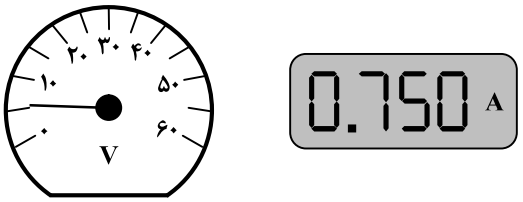
۴۱- در کدام گزینه، همهٔ کمیت‌ها اصلی هستند؟

۱) طول- جریان الکتریکی- مقدار ماده
۲) تندی- جریان الکتریکی- شدت روشنایی
۳) نیرو- مقدار ماده- شدت روشنایی
۴) زمان- بار الکتریکی- مقدار ماده

۴۲- برگ پهن و سبکی در هوای آرام از شاخهٔ درخت جدا می‌شود و به زمین می‌افتد. در مدل‌سازی حرکت این برگ از لحظهٔ جدا شدن تا رسیدن به زمین، کدام ساده‌سازی قابل قبول نیست؟

۱) نادیده گرفتن اثر چرخش برگ
۲) هموار فرض کردن سطح برگ
۳) ثابت فرض کردن وزن برگ
۴) نادیده گرفتن مقاومت هوا

۴۳- شکل روبه‌رو، یک آمپرسنج و یک ولت‌سنج را نشان می‌دهد. دقت اندازه‌گیری این ابزارها به‌ترتیب از راست به چپ کدام است؟



۱) ۵V ، ۰/۰۱A
۲) ۱۰V ، ۰/۰۱A
۳) ۵V ، ۰/۰۰۱A
۴) ۱۰V ، ۰/۰۰۱A

۴۴- آهنگ حجم مایع ورودی به یک مخزن $42\frac{mm^3}{min}$ است. اگر این مقدار برابر $7\times10^{x}\frac{\mu m^3}{s}$ باشد، مقدار x کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

۴۵- قطر خارجی و داخلی یک استوانهٔ فلزی توخالی به‌ترتیب ۱۶cm و ۴cm و جرم آن ۴۸۶ کیلوگرم است. طول این استوانه چند متر است؟

$(\pi=3 \text{ و } \rho_{\text{فلز}}=9\frac{g}{cm^3})$

۱) ۱/۵ ۲) ۲ ۳) ۲/۵ ۴) ۳

۴۶- یک فیلتر اسفنجی مکعب‌مستطیل شکل به ابعاد ۱۲cm، ۱۰cm و ۵cm و چگالی $0/5\frac{g}{cm^3}$ را بر روی سطح یک مخزن پر از روغن قرار می‌دهیم. این فیلتر حداقل باید چند گرم روغن جذب کند تا درون روغن مخزن فرو رود؟ $(\rho_{\text{روغن}}=0/8\frac{g}{cm^3})$

۱) اندکی بیش از ۱۲۰ ۲) اندکی بیش از ۱۸۰ ۳) اندکی بیش از ۲۴۰ ۴) اندکی بیش از ۳۰۰

۴۷- داخل یک قالب فلزی به شکل مکعب‌مستطیل با ابعاد خارجی ۱۶، ۱۰ و ۵ سانتی‌متر حفره‌ای توخالی وجود دارد. اگر این حفره را با ۳۶۰ گرم از مایعی با چگالی ۱/۸ گرم بر سانتی‌متر مکعب پر کنیم، جرم مکعب مستطیل ۱۵ درصد زیاد می‌شود. چگالی فلز سازندهٔ قالب چند کیلوگرم بر مترمکعب است؟

۱) ۴۰۰۰ ۲) ۵۰۰۰ ۳) ۶۰۰۰ ۴) ۷۰۰۰

۴۸- دو نمونهٔ آب خالص را جداگانه آزمایش می‌کنیم. نمونهٔ اول را با حفظ حالت مایع سرد می‌کنیم و به نمونهٔ دوم در دمای ثابت چند قطره مایع شوینده می‌افزاییم. این دو اقدام نسبت به حالت اولیه، به‌ترتیب موجب ..... نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب و ..... کشش سطحی آب می‌شوند.

۱) کاهش- افزایش ۲) افزایش- کاهش ۳) افزایش- افزایش ۴) کاهش- کاهش

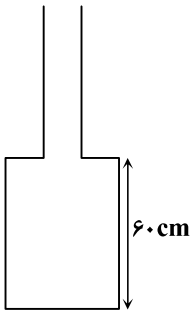
۴۹- در یک مخزن دربستهٔ استوانه‌ای محتوی آب، فشار هوای محبوس بالای سطح آب برابر ۱۴۷ کیلوپاسکال است. اگر فشار کل در کف مخزن ۱۸۵ کیلوپاسکال باشد، ارتفاع ستون آب درون این مخزن چند متر است؟ $(\rho_{\text{آب}}=1\frac{g}{cm^3} \text{ و } g=10\frac{m}{s^2})$

۱) ۸۵ ۲) ۸/۵ ۳) ۳۸ ۴) ۳/۸

محل انجام محاسبات:

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۰- در شکل مقابل، مساحت کف ظرف $۳۰cm^۲$ و مساحت سطح مقطع باریک آن $۱۰cm^۲$ است. در ابتدا $۲۴۰۰cm^۳$ آب درون ظرف است، سپس $۳۰۰cm^۳$ آب از درون آن بیرون می‌کشیم. پس از ساکن شدن آب، فشار کف ظرف چند کیلوپاسکال از فشار هوا بیشتر است؟ ($\rho_{آب} = ۱۰۰۰\frac{kg}{m^۳}$ و $g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$)

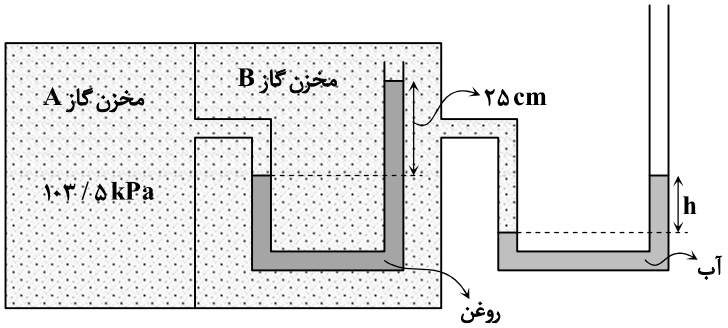


۱) ۵
۲) ۷
۳) ۹
۴) ۱۱

۵۱- روی دهانهٔ خروجی شیر اطمینان یک مخزن آب گرم با مقطع دایره‌ای به مساحت $۳۰mm^۲$، یک درپوش فلزی به جرم $۱۲۰۰g$ قرار دارد که با وزن خود مانع خروج بخار می‌شود. فشار داخل مخزن حداکثر به چند اتمسفر می‌تواند برسد، به‌طوری که درپوش سر جای خود ثابت بماند؟ (فشار هوای بیرون $۱atm = ۱۰^۵ Pa$ و $g = ۱۰\frac{N}{kg}$ است.)

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

۵۲- در شکل زیر، فشار هوای محیط $۱۰۰kPa$ و چگالی آب و روغن به‌ترتیب $۱۰۰۰\frac{kg}{m^۳}$ و $۸۰۰\frac{kg}{m^۳}$ است. ارتفاع h چند سانتی‌متر است؟ ($g = ۱۰\frac{N}{kg}$)

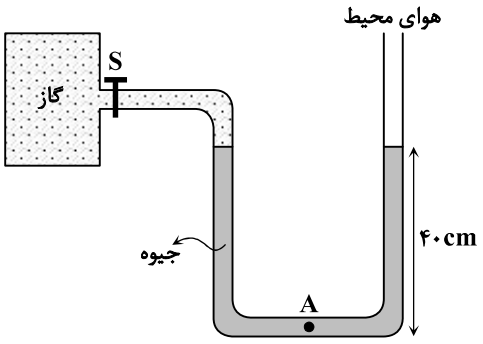


۱) ۱۰
۲) ۱۵
۳) ۲۰
۴) ۲۵

۵۳- دو شناگر درون آب ساکن یک استخر قرار دارند؛ یکی در عمق $۱/۵m$ از سطح آب شنا می‌کند و دیگری $۲/۵m$ پایین‌تر از او قرار دارد. اگر چگالی آب استخر $۱\frac{g}{cm^۳}$ باشد، فشار در محل شناگر پایین‌تر چند برابر فشار در محل شناگر بالاتر است؟ ($g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$ و $P_۰ = ۱۰^۵ Pa$)

۱) $\frac{۲۹}{۲۱}$
۲) $\frac{۲۸}{۲۳}$
۳) $\frac{۵}{۴}$
۴) $\frac{۶}{۵}$

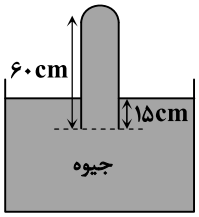
۵۴- در شکل مقابل، فشار مطلق گاز درون مخزن $۶۰cmHg$ و شیر S بسته است. اگر شیر S را باز کنیم، فشار نقطهٔ A به چند سانتی‌متر جیوه می‌رسد؟ ($P_۰ = ۷۶cmHg$ است، لوله‌های رابط باریک هستند و فشار گاز درون مخزن در اثر باز شدن شیر رابط به‌طور محسوسی کاهش نمی‌یابد.)



۱) ۱۰۰
۲) ۱۰۴
۳) ۱۰۸
۴) ۱۱۲

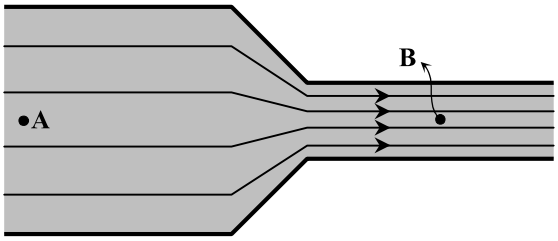
محل انجام محاسبات:

۵۵- مطابق شکل، جیوه تا انتهای لولهٔ قائم بالا رفته است. اگر مساحت انتهای لوله $۶\,cm^۲$ باشد، بزرگی نیرویی که جیوه بر انتهای لوله وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ (فشار هوای محیط $۷۰۰\,mmHg$، $g = ۱۰\frac{N}{kg}$ و $\rho_{جیوه} = ۱۳/۶\frac{g}{cm^۳}$ است.)



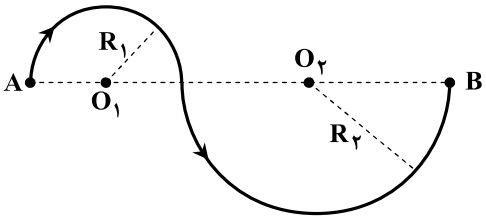
۱) ۲۰/۴
۲) ۳۶/۷
۳) ۵۷/۱
۴) ۹۳/۸

۵۶- در شکل مقابل، مایع تراکم‌ناپذیر به‌صورت لایه‌ای و پایا از قسمت A به سمت قسمت B جریان دارد و قطر مقطع لوله در قسمت A، ۳ برابر قطر مقطع آن در قسمت B است. اگر اختلاف تندی مایع در دو قسمت $۱/۶\frac{m}{s}$ باشد، تندی مایع در قسمت B چند متر بر ثانیه بوده و فشار مایع در کدام قسمت بیشتر است؟



۱) B ، ۱/۸
۲) A ، ۱/۸
۳) B ، ۲/۴
۴) A ، ۲/۴

۵۷- مطابق شکل، ذره‌ای بر روی مسیرهای نیم‌دایره‌ای متوالی به شعاع‌های $R_۱ = r$ و $R_۲ = ۲r$، بدون بازگشت از نقطهٔ A به نقطهٔ B می‌رسد. مسافت پیموده‌شده توسط ذره در این مسیر، چند برابر بزرگی جابه‌جایی آن است؟

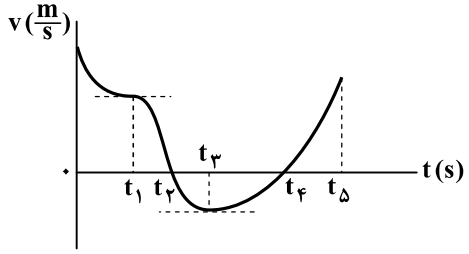


۱) $\frac{\pi}{۴}$
۲) $\frac{\pi}{۳}$
۳) $\frac{\pi}{۲}$
۴) π

۵۸- در یک حرکت یکنواخت بر مسیر مستقیم، یک خودرو در لحظهٔ $t_۱ = ۲s$ از مکان $x_۱ = ۱۶m$ و در لحظهٔ $t_۲ = ۷s$ از مکان $x_۲ = -۳۴m$ عبور می‌کند. در چه زمانی فاصلهٔ خودرو از محل شروع حرکت ۶۰ متر است؟ (زمان شروع حرکت را $t = ۰$ در نظر بگیرید.)

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۶

۵۹- نمودار سرعت- زمان یک متحرک که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل روبه‌رو است. در بازهٔ زمانی صفر تا $t_۵$ سرعت و شتاب متحرک به‌ترتیب از راست به چپ چند بار تغییر جهت داده‌اند؟



۱) ۱ ، ۲
۲) ۱ ، ۳
۳) ۲ ، تغییر جهت ندارد.
۴) ۲ ، ۲

۶۰- یک دوچرخه‌سوار با تندی ثابت روی خط راست حرکت می‌کند و جدول زیر، مکان آن را در چهار زمان مختلف نشان می‌دهد. مقادیر $x_۴$ و $t_۲$ کدام هستند؟

مکان	زمان
$x = ۷۸m$	$t = ۳s$
$x = ۳۰m$	$t = t_۲$
$x = -۱۸m$	$t = ۱۱s$
$x = x_۴$	$t = ۱۵s$

۱) $x_۴ = -۴۸m$ و $t_۲ = ۷s$
۲) $x_۴ = -۴۸m$ و $t_۲ = ۴s$
۳) $x_۴ = -۶۶m$ و $t_۲ = ۴s$
۴) $x_۴ = -۶۶m$ و $t_۲ = ۷s$

محل انجام محاسبات:

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۱- خودرویی روی یک میدان دایره‌ای با تندی ثابت یک دور کامل می‌زند. کدام عبارت دربارهٔ این حرکت درست است؟

۱) اندازهٔ جابه‌جایی خودرو با مسافت طی‌شده برابر است.

۲) بزرگی شتاب متوسط خودرو در این دور کامل، برابر با صفر است.

۳) اندازهٔ سرعت متوسط خودرو در یک دور کامل با تندی لحظه‌ای آن برابر است.

۴) بزرگی شتاب لحظه‌ای خودرو در طول مسیر صفر است.

۶۲- یک دوچرخه‌سوار در یک مسیر مستقیم از نقطهٔ A به نقطهٔ B می‌رود و در همان مسیر به نقطهٔ A برمی‌گردد. اگر دوچرخه‌سوار $\frac{۱}{۴}$ مسیر رفت را با تندی $۲۰\frac{m}{s}$ و مابقی مسیر را با تندی $۳۰\frac{m}{s}$ طی کند؛ سپس تمام مسیر برگشت را با تندی ثابت $۴۰\frac{m}{s}$ به نقطهٔ شروع بازگردد، تندی متوسط دوچرخه‌سوار در کل مسیر رفت‌وبرگشت چند متر بر ثانیه است؟

۱) صفر ۲) ۳۰ ۳) ۳۲ ۴) ۴۰

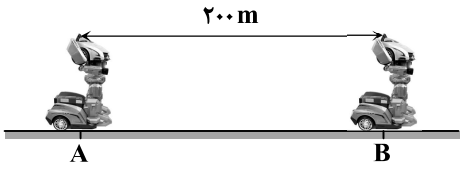
۶۳- یک ورقهٔ فلزی به طول ۲ متر با تندی ثابت $۰/۵\frac{m}{s}$ در یک مسیر مستقیم وارد یک محفظه با انتهای باز می‌شود. از لحظه‌ای که ابتدای ورقهٔ فلزی وارد محفظه می‌شود تا زمانی که ورقه کاملاً از محفظه خارج می‌گردد ۱۶ ثانیه طول می‌کشد. طول محفظه چند متر است؟

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۰

۶۴- معادلهٔ مکان- زمان دو متحرک که روی محور x حرکت می‌کنند، در SI به‌صورت $x_A = ۲۴t - ۱۲$ و $x_B = ۲t^۲ - ۱۴t$ است. از لحظه‌ای که فاصلهٔ متحرک A از مبدأ مکان ۶۰ متر است تا زمانی که متحرک B به نقطهٔ شروع متحرک A برسد، متحرک A چند متر مسافت طی می‌کند؟ (زمان آغاز حرکت هر دو متحرک را $t = ۰$ در نظر بگیرید.)

۱) ۴۸ ۲) ۷۲ ۳) ۹۶ ۴) ۱۴۴

۶۵- یک ربات از مکان A روی یک خط راست شروع به حرکت کرده و پس از مدتی در مکان B متوقف می‌شود. اگر در این مدت، جهت حرکت ربات تنها یک‌بار تغییر کند و تندی متوسط ربات در کل این مدت ۴ برابر اندازهٔ سرعت متوسط آن باشد، بیشترین فاصلهٔ ربات از مکان A چند متر می‌تواند باشد؟



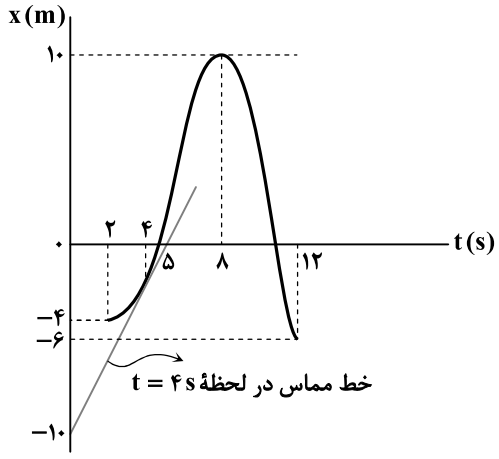
۱) ۳۰۰

۲) ۴۰۰

۳) ۵۰۰

۴) ۶۰۰

۶۶- نمودار مکان- زمان حرکت یک واگن روی یک ریل مستقیم، مطابق شکل مقابل است. تندی متوسط واگن در بازهٔ $t = ۲s$ تا $t = ۱۲s$ چند برابر تندی آن در لحظهٔ $t = ۴s$ است؟



۱) $\frac{۱۵}{۸}$

۲) $\frac{۲}{۳}$

۳) $\frac{۵}{۴}$

۴) $\frac{۳}{۲}$

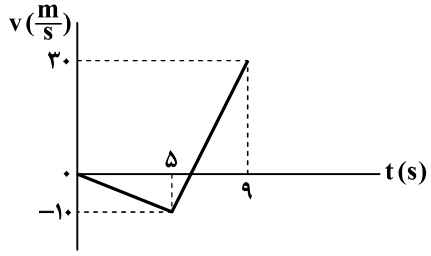
محل انجام محاسبات:

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۷- اگر معادلهٔ مکان- زمان یک متحرک در یک حرکت بر خط مستقیم در SI، $x = ۳t^۳ - ۱۳t^۲ + ۸$ باشد، سرعت متوسط در نیمهٔ دوم بازهٔ زمانی $t_۱ = ۱s$ تا $t_۲ = ۷s$ چند برابر سرعت متوسط در آخرین ثانیهٔ نیمهٔ اول بازه است؟

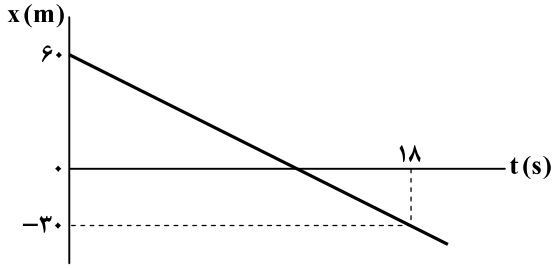
۱) $\frac{۱۳}{۱۰}$
۲) $\frac{۱۳}{۵}$
۳) $\frac{۳۴}{۱۰}$
۴) $\frac{۳۴}{۵}$

۶۸- نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، به‌صورت شکل زیر است. شتاب متوسط متحرک از لحظهٔ $t_۱ = ۳s$ تا $t_۲ = ۸s$ چند متر بر مربع ثانیه است؟



۱) ۲/۸
۲) ۳/۴
۳) ۴/۵
۴) ۵/۲

۶۹- نمودار مکان-زمان یک واگن که روی یک ریل مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه واگن در فاصلهٔ ۱۵۰ متری از مبدأ مکان قرار دارد؟

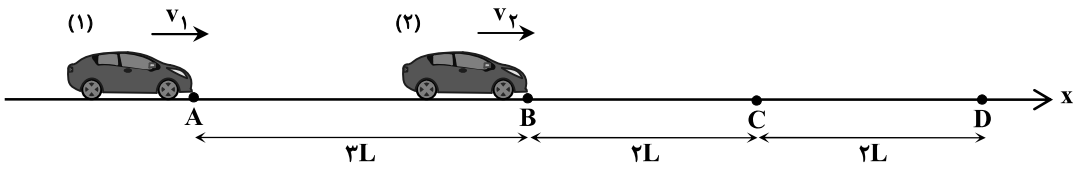


۱) ۴۲
۲) ۳۰
۳) ۴۸
۴) ۳۶

۷۰- معادلهٔ مکان-زمان یک متحرک روی خط راست در SI به‌صورت $x = ۲t^۳ - ۱۵t^۲ + ۲۴t + ۶$ و معادلهٔ سرعت- زمان آن $v = ۶t^۲ - ۳۰t + ۲۴$ است. تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t = ۲s$ تا $t = ۶s$ چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۲
۲) ۱۸
۳) ۲۴
۴) ۳۰

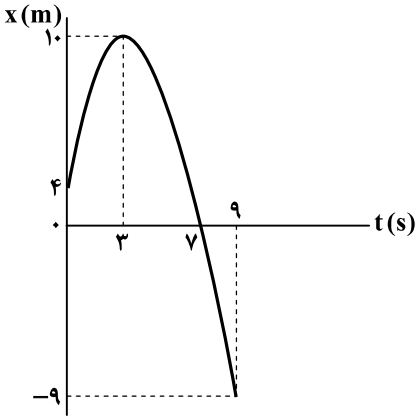
۷۱- مطابق شکل داده‌شده، دو خودرو به‌طور هم‌زمان از نقاط A و B به‌ترتیب با سرعت‌های ثابت $v_۱$ و $v_۲$ به سمت راست حرکت می‌کنند و در نقطهٔ C به هم می‌رسند. اگر پس از آن خودروی اول در مدت ۴ ساعت از نقطهٔ C به نقطهٔ D برسد، خودروی دوم با چند ساعت تأخیر نسبت به خودروی اول، به نقطهٔ D می‌رسد؟



۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۶

محل انجام محاسبات:

۷۲- نمودار مکان- زمان ذره‌ای که روی خط راست حرکت می‌کند، در بازهٔ زمانی صفر تا ۹s رسم شده است. در این مدت‌زمان، چه تعداد از گزاره‌های زیر در مورد حرکت آن درست است؟



الف) هنگامی که ذره در حال دور شدن از مبدأ مکان است، تندی متوسط آن $۳\frac{m}{s}$ است.

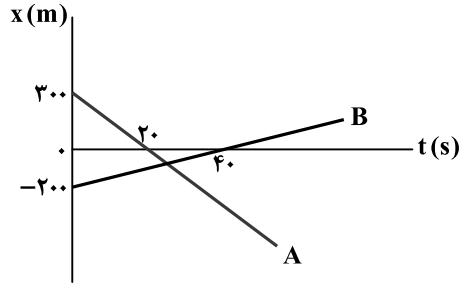
ب) تندی متوسط ذره هنگامی که در ناحیهٔ مثبت محور x حرکت می‌کند، بزرگ‌تر از اندازهٔ سرعت متوسط آن در هنگام حرکت در ناحیهٔ منفی محور x است.

پ) در بازهٔ زمانی که ذره در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند، سرعت متوسط آن $-۴/۵\frac{m}{s}$ است.

ت) تندی متوسط ذره از شروع حرکت تا لحظه‌ای که تغییر جهت می‌دهد، بیشتر از تندی متوسط آن در هنگام نزدیک شدن به مبدأ مکان است.

۱) ۱ ۲) ۲
۳) ۳ ۴) صفر

۷۳- نمودار مکان- زمان دو خودروی A و B که حرکت آن‌ها از لحظهٔ $t = ۰$ روی خط راست شروع می‌شود، مطابق شکل است. مکانی که دو خودرو به هم می‌رسند، چند متر با نقطهٔ شروع حرکت خودروی A فاصله دارد؟



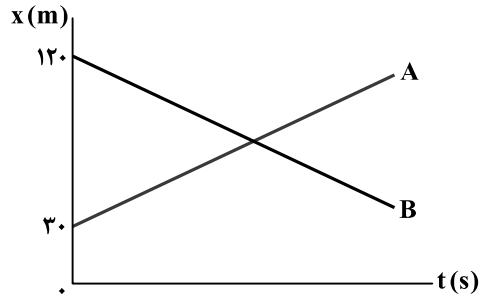
۱) ۳۵۰
۲) ۳۷۵
۳) ۴۰۰
۴) ۴۲۵

۷۴- مطابق شکل، در لحظهٔ $t = ۰$ دو اتومبیل (۱) و (۲) به‌ترتیب با تندی‌های ثابت v و ۵v بر مسیر مستقیم به‌طرف یکدیگر در حرکت هستند. در لحظهٔ $t = t_۱$ دو اتومبیل از کنار هم عبور می‌کنند و در لحظهٔ $t = t_۲$ اتومبیل (۱) به نقطهٔ شروع اتومبیل (۲) (نقطهٔ B) می‌رسد. نسبت $\frac{t_۲}{t_۱}$ کدام است؟



۱) ۳
۲) ۴
۳) ۵
۴) ۶

۷۵- نمودار مکان- زمان دو خودروی A و B که در امتداد یک جادهٔ مستقیم حرکت می‌کنند، مطابق شکل داده شده است. اگر فاصلهٔ زمانی بین دو لحظه‌ای که فاصلهٔ خودروها از همدیگر ۱۸ متر است ۶ ثانیه باشد، در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه فاصلهٔ آن‌ها از هم ۱۵۰ متر است؟



۱) ۲۰
۲) ۴۰
۳) ۶۰
۴) ۸۰

محل انجام محاسبات:

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

محدوده: شیمی ۱: فصل ۱ تا ابتدای آرایش الکترونی اتم (ص ۱ تا ۳۰)
شیمی ۳: فصل ۱ تا ابتدای اسیدها و بازها (ص ۱ تا ۱۳)

۷۶- همهٔ عبارت‌های زیر درست هستند، به‌جز .....

۱) بلافاصله پس از مه‌بانگ، با تبدیل انرژی عظیم به ماده، ذره‌های زیراتمی پدید آمدند و با سرد شدن تدریجی کیهان، شرایط برای تشکیل هسته‌های نخستین عنصرها یعنی هیدروژن و هلیم فراهم شد.

۲) درون ستاره‌ها، با انجام واکنش‌های هسته‌ای، هستهٔ اتم‌های هیدروژن به هم می‌پیوندند و هستهٔ اتم‌های هلیم را پدید می‌آورند.

۳) در سیر تکاملی کیهان و پیدایش عناصر، عنصری مثل هلیم پیش از عنصری مانند لیتیم و عنصری مثل طلا پیش از عنصری مانند آهن، پا به عرصهٔ هستی گذاشتند.

۴) در سیارهٔ مشتری برخلاف سیارهٔ زمین، دو عنصر نخست تشکیل‌یافته در جهان، بخش عمدهٔ جرم سیاره را تشکیل می‌دهند.

۷۷- کدام عبارت نادرست است؟

۱) در فرایند غنی‌سازی ایزوتوپی اورانیم، شمار نوترون‌های هستهٔ هر اتم ^{235}U افزایش می‌یابد.

۲) در تأمین $^{99}_{43}Tc$ برای تصویربرداری، نیم‌عمر کوتاه آن، تولید نزدیک به زمان مصرف را توجیه می‌کند.

۳) اورانیم شناخته‌شده‌ترین فلز پرتوزایی است که یکی از ایزوتوپ‌های آن، اغلب به‌عنوان سوخت در راکتورهای هسته‌ای به کار می‌رود.

۴) $^{99}_{43}Tc$ اولین عنصری است که در راکتورهای هسته‌ای ساخته شده و در تصویربرداری از غده تیروئید کاربرد دارد.

۷۸- یک نمونهٔ ۳ مولی از گاز اکسیژن فقط از اتم‌های $^{16}_{8}O$ تشکیل شده است و اتم‌های یک نمونهٔ گاز اوزون همگی از نوع $^{17}_{8}O$ هستند. تعداد ذرات زیراتمی بدون بار الکتریکی در نمونهٔ اکسیژن، $\frac{2}{3}$ برابر تعداد همین ذرات در نمونهٔ اوزون است. مقدار گاز اوزون در نمونه چند مول است؟

۱) $\frac{4}{3}$ ۲) $\frac{8}{3}$ ۳) ۴ ۴) ۳

۷۹- کدام گزینه عنصری با خواص شیمیایی مشابه نهمین عنصر جدول دوره‌ای را توصیف می‌کند؟

۱) در یون $^{15}X^{3-}$، مجموع شمار پروتون‌ها و نوترون‌ها برابر با سه‌دوم شمار الکترون‌ها است.

۲) در یون $^{35}X^{-}$، مجموع شمار نوترون‌ها و الکترون‌ها برابر با نه‌چهارم شمار پروتون‌ها است.

۳) در یون $^{92}X^{2-}$، تفاوت شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها برابر با دوسوم شمار الکترون‌ها است.

۴) در یون $^{79}X^{-}$، تفاوت شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها برابر با یک‌چهارم شمار الکترون‌ها است.

۸۰- عنصر فرضی X در دوره‌ای از جدول تناوبی قرار دارد که با عنصر $_{11}A$ آغاز می‌شود و در گروهی جای دارد که عنصر $_{34}B$ نیز در آن قرار گرفته است. عنصر X کدام است؟

۱) P ۲) Se ۳) Si ۴) S

۸۱- در جدول دوره‌ای امروزی .....

- هلیم و آرگون خواص شیمیایی مشابهی دارند.
- عنصرهای یک دوره، خواص شیمیایی مشابهی دارند.
- با حرکت از یک عنصر به عنصر بعدی در هر دوره، به همان شکلی که شمار پروتون‌های هسته دقیقاً یک واحد افزایش می‌یابد، شمار نوترون‌ها نیز همواره یک واحد بیشتر می‌شود.
- تعداد عنصرهای موجود در هیچ دوره‌ای، با تعداد گروه‌های جدول تناوبی برابر نیست.

چه تعداد از موارد داده‌شده، عبارت بالا را به‌درستی کامل می‌کند؟

۱) ۴ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۸۲- جرم اتمی میانگین یک نمونهٔ کلر $36/2amu$ است. اگر این نمونه فقط شامل دو ایزوتوپ $^{35}_{17}Cl$ و $^{37}_{17}Cl$ باشد و جرم هر ایزوتوپ را برابر عدد جرمی آن در نظر بگیریم، نسبت تعداد اتم‌های ایزوتوپ سبک‌تر به ایزوتوپ سنگین‌تر در این نمونه کدام است؟

۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{3}{5}$ ۳) $\frac{2}{5}$ ۴) $\frac{3}{2}$

محل انجام محاسبات:

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۳- جملهٔ زیر با شرط برابر بودن تعداد اتم‌های دو نمونه هلیم ($^{4}_{2}He$) و اکسیژن ($^{16}_{8}O$)، مطرح شده است:

«اگر مقدار هلیم ..... باشد، مقدار نمونهٔ اکسیژن برابر با ..... .»

الف) ۱۲ گرم- ۴۸ گرم است ب) ۳ مول- ۳ مول نیست پ) ۰/۵ مول- ۱۶ گرم است ت) ۲ گرم- ۱ مول نیست

جملهٔ بالا به کمک چه تعدادی از گزینه‌های ارائه‌شده تکمیل می‌شود؟

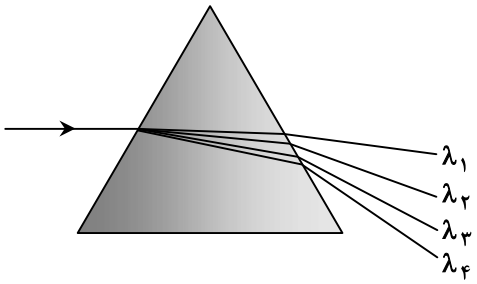
۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۱

۸۴- برای برداشتن نمونه‌ای از پتاسیم نیترات، جرم آن را طوری انتخاب می‌کنیم که مجموع شمار کاتیون‌ها و آنیون‌های نمونه با شمار یون‌های اکسید (O^{2-}) در ۱۲/۲۴ گرم آلومینیم اکسید برابر باشد. جرم نمونهٔ پتاسیم نیترات باید چند گرم باشد؟

$(KNO_3 = 101, Al_2O_3 = 102\ g \cdot mol^{-1})$

۱) ۱۲/۱۲ ۲) ۲۴/۲۴ ۳) ۳۶/۳۶ ۴) ۱۸/۱۸

۸۵- برای بررسی نور گسیل‌شده از اتم‌های برانگیختهٔ هیدروژن، پرتوهای مرئی طیف نشری خطی آن از منشور عبور داده شده‌اند. با توجه به مسیر پرتوهای خروجی، چه تعدادی از آن‌ها به انتقال درستی نسبت داده شده‌اند؟



۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

$n_4 \rightarrow n_2 : \lambda_2$ $n_3 \rightarrow n_2 : \lambda_3$

$n_6 \rightarrow n_2 : \lambda_4$ $n_5 \rightarrow n_2 : \lambda_1$

۸۶- در بررسی نشر نور و ساختار لایه‌ای اتم، عبارت‌های زیر مطرح شده‌اند:

الف) نور نشرشده از شعلهٔ سدیم کلرید، مانند نور خورشید، گستره‌ای پیوسته از رنگ‌های مرئی را در برمی‌گیرد.

ب) با جایگزین کردن لیتیم کلرید با لیتیم سولفات در آزمون شعله، تغییر محسوسی در رنگ شعله ایجاد نمی‌شود.

پ) شمار خط‌های رنگی طیف نشری خطی هیدروژن و لیتیم در گسترهٔ مرئی برابر است.

ت) احتمال حضور الکترون هر لایه در بیرون از محدوده‌ای که بیشتر وقت خود را در آن می‌گذراند، صفر است.

چه تعداد از عبارت‌های بالا درست است؟

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۷- کدام عبارت‌های زیر درست هستند؟

الف) در سه لایهٔ الکترونی نخست، تعداد زیرلایه‌ها با $l = 2$ برابر ۲ می‌باشد.

ب) عنصری با عدد اتمی ۳۹ در گروه سوم جدول جای گرفته است.

پ) ظرفیت پذیرش الکترون در لایهٔ چهارم، ۴/۳ برابر ظرفیت پذیرش الکترون در لایه سوم است.

ت) مجموع $n+l$ برای زیرلایه‌های لایهٔ چهارم برابر ۲۲ است.

۱) «الف» و «پ» ۲) «ب» و «پ» ۳) «ب» و «ت» ۴) «الف» و «ت»

۸۸- چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) طول موج نور سبز از طول موج نور سرخ کوتاه‌تر و از طول موج نور بنفش بلندتر است.

ب) پرتو نشرشده در انتقال $n = 2 \rightarrow n = 6$ در اتم هیدروژن، در گسترهٔ مرئی قرار دارد.

پ) رنگ شعلهٔ نمک‌های لیتیم سولفات و مس (II) کلرید، به‌ترتیب سرخ و سبز است.

ت) در بازگشت دومرحله‌ای الکترون اتم هیدروژن مطابق $n = 5 \rightarrow n = 4 \rightarrow n = 3$، طول موج نور نشرشده در مرحلهٔ نخست از مرحلهٔ دوم کوتاه‌تر است.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

محل انجام محاسبات:

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۹- کدام عبارت نادرست است؟

۱) در اتم هیدروژن، با دادن انرژی کمتر از اختلاف انرژی دو لایهٔ متوالی، نمی‌توان الکترونِ لایهٔ پایین‌تر را در حالتی با انرژی میان انرژی‌های آن دو لایه قرار داد.

۲) در طیف نشری خطی هیدروژن و لیتیم، برابر بودن شمار خط‌های مرئی برای نتیجه‌گیری در مورد یکسان بودن انرژی پرتوهای مربوط به آن خط‌ها کافی نیست.

۳) در اتم هیدروژن، طول موج پرتوی نشرشده در انتقال از $n=5$ به $n=2$، بیشتر از طول موج پرتوی نشرشده در انتقال از $n=4$ به $n=2$ است.

۴) در اتم هیدروژن، انرژی لازم برای انتقال الکترون از $n=2$ به $n=5$، برابر با انرژی پرتوی نشرشده در انتقال از $n=5$ به $n=2$ است.

۹۰- چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) گسترش کاربرد صابون و شوینده‌ها در زندگی مردم باعث کاهش عوامل بیماری‌زا و افزایش شاخص امید به زندگی بوده است.

ب) اتیلن گلیکول در آب حل می‌شود و میان مولکول‌های آن و آب، پیوندی مشابه پیوند بین عسل و آب شکل می‌گیرد.

پ) در روغن‌زیتون با فرمول $C_{57}H_{104}O_6$، نیروی بین‌مولکولی غالب از نوع پیوند هیدروژنی است.

ت) نمک پتاسیمِ یک کربوکسیلیک‌اسید، حتی اگر زنجیر هیدروکربنی کوتاهی داشته باشد، می‌تواند یک صابون مایع به شمار رود.

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۱

۹۱- پنج مادهٔ CH_2OHCH_2OH، KCl، $C_{25}H_{52}$، $C_{57}H_{104}O_6$ و $C_{17}H_{35}COOH$ برای بررسی انحلال‌پذیری در آب و هگزان انتخاب شده‌اند. چند مورد از این مواد در هگزان محلول و در آب نامحلول هستند؟

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) ۴ ۴) ۳

۹۲- یک استر بلندزنجیر با سه عامل استری، فرمول مولکولی $C_{57}H_{110}O_6$ دارد. این استر از واکنش الکل $C_3H_8O_3$ با تنها یک نوع اسید چرب به‌دست آمده است. فرمول مولکولی اسید چرب سازندهٔ آن کدام است؟

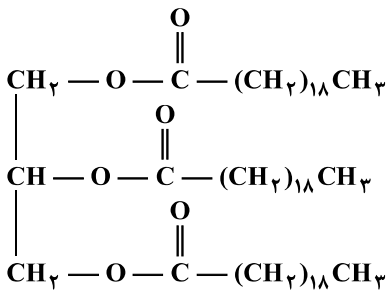
۱) $C_{18}H_{36}O_2$ ۲) $C_{18}H_{38}O_2$

۳) $C_{17}H_{34}O_2$ ۴) $C_{17}H_{36}O_2$

۹۳- از واکنش کامل نمونه‌ای از چربی با سدیم هیدروکسید، در مجموع ۳۲ مول فراورده حاصل می‌شود. این نمونه تنها از اسید چرب و استر بلندزنجیر با سه گروه استری تشکیل شده است و درصد مولی استر در چربی برابر ۶۰ است. چند مول سدیم هیدروکسید در این واکنش مصرف می‌شود؟

۱) ۳۲ ۲) ۱۸ ۳) ۱۶ ۴) ۲۲

۹۴- ساختار یک ترکیب آلی در شکل زیر نشان داده شده است. با توجه به این ساختار چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟



- این ترکیب یک استر سنگین است و انحلال‌پذیری آن در هگزان بیشتر از آب است.
- هر مولکول آن دارای سه گروه عاملی استری و الکلی و همچنین ۶۳ اتم کربن می‌باشد.
- اسید چرب حاصل از آبکافت آن می‌تواند برای تهیهٔ صابونی مایع با فرمول شیمیایی $C_{19}H_{39}COOK$ به کار رود.
- نسبت مول‌های اسید چرب به شمار مول‌های الکل سه‌عاملی حاصل از آبکافت آن برابر با $\frac{1}{3}$ است.

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۲ ۴) ۱

محل انجام محاسبات:

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹۵- کدام دو عبارت درست است؟

الف) وجود اتم‌های اکسیژن در روغن‌زیتون سبب می‌شود نیروی بین‌مولکولی غالب آن از نوع پیوند هیدروژنی باشد.

ب) مخلوط پایدار حاصل از هم‌زدن آب، روغن‌زیتون و صابون، برخلاف محلول مس (II) سولفات در آب، ناهمگن است.

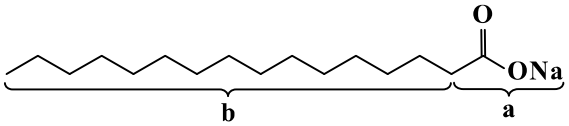
پ) زنجیر هیدروکربنی سیرشدهٔ یک صابون، موجب پخش شدن آن در آب می‌شود.

ت) با فرض داشتن زنجیره‌های هیدروکربنی یکسان و سیرشده، مجموع پیوندهای کووالانسی در صابون مایع با کاتیون فلزی، کمتر از صابون مایع با کاتیون دیگر است.

۱) «ب» و «ت» ۲) «ب» و «پ»

۳) «الف» و «ت» ۴) «الف» و «پ»

۹۶- برای شستن لکهٔ روغن‌زیتون از روی پارچه با آب، از پاک‌کننده‌ای با ساختار زیر استفاده می‌شود.



کدام توصیف در مورد این پاک‌کننده درست است؟

۱) زنجیر هیدروکربنی این پاک‌کننده با چربی‌ها واکنش داده و آن‌ها را به فراورده‌هایی قطبی و قابل شست‌وشو با آب تبدیل می‌کند.

۲) بخش a با آب و بخش b با روغن‌زیتون جاذبه برقرار کرده و محلولی همگن از مولکول‌های جدا از هم چربی تشکیل می‌شود.

۳) از واکنش استری با فرمول شیمیایی $C_{51}H_{98}O_6$ با ۳ مول سدیم هیدروکسید، می‌توان ۳ مول از این پاک‌کننده را تهیه کرد.

۴) از واکنش این پاک‌کننده با نمک کلسیم کلرید و آب، می‌توان صابونی محلول با فرمول شیمیایی $(C_{15}H_{31}COO)_2Ca$ تهیه کرد.

۹۷- نمونه‌ای به جرم ۱۱/۱۲ گرم از یک صابون جامد حاوی ۰/۰۴ مول از آن است. اگر زنجیر هیدروکربنی اسید چرب به‌کاررفته در تولید این صابون سیرشده باشد، فرمول شیمیایی اسید چرب اولیه کدام است؟ $(H=1, C=12, O=16, Na=23 : g\cdot mol^{-1})$

۱) $C_{16}H_{31}O_2$ ۲) $C_{15}H_{29}COOH$

۳) $C_{16}H_{33}COOH$ ۴) $C_{15}H_{31}COOH$

۹۸- نمونهٔ A، B و C به‌ترتیب شیر رقیق‌شده با آب، مخلوط سرکه در آب و مخلوط پتاسیم کلرید در آب هستند. در جدول زیر برای هر نمونه چهار ویژگی نوشته شده است.

	شفاف / کدر	ذره‌های سازنده	رفتار در برابر عبور نور	مسیر عبور نور از مخلوط
نمونهٔ A	کدر	ذره‌های ریز ماده	پخش می‌کند	مشخص نیست
نمونهٔ B	شفاف	مولکول‌ها و یون‌ها	پخش می‌کند	مشخص نیست
نمونهٔ C	کدر	توده‌های مولکولی	عبور می‌دهد	مشخص نیست

چند مورد از ویژگی‌های نوشته‌شده در جدول نادرست است؟

۱) ۶ ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) ۷

۹۹- در یک بررسی تجربی پیرامون فرایند شست‌وشو و رفتار پاک‌کننده‌ها، برای چند مورد از کمیت‌های زیر، رابطهٔ بین متغیرها معکوس است؟

الف) مقدار صابون آنزیم‌دار - بازده شویش

ب) مقدار منیزیم کلرید افزوده‌شده به آب و صابون - ارتفاع کف ایجادشده

پ) دمای آب - میزان پاک‌کنندگی صابون

ت) درصد پلی‌استر مورد استفاده در بافت پارچه - میزان رسوب تشکیل‌شده در فرایند شویش

ث) درصد نخی بودن بافت پارچه - درصد لکهٔ چربی باقی‌مانده

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

محل انجام محاسبات:

۱۰۰- در مقایسهٔ صابون جامد با پاک‌کنندهٔ غیرصابونی، عبارت‌های زیر مطرح شده‌اند. $(H=1, C=12, O=16, S=32 : g\cdot mol^{-1})$

الف) رسوب ندادن پاک‌کنندهٔ غیرصابونی در آب حاوی یون‌های کلسیم و منیزیم، نشانهٔ سازگاری بیشتر آن با محیط‌زیست است.

ب) گرم کردن چربی با سدیم هیدروکسید، روشی برای تولید هر دو نوع پاک‌کنندهٔ بالا است.

پ) برای موازنهٔ بار منفی یک مول از آنیون‌های هرکدام از این دو پاک‌کننده، مقدار یکسانی یون سدیم لازم است.

ت) اختلاف جرم مولی این دو پاک‌کننده با زنجیر هیدروکربنی (R) مشابه، از مجموع جرم مولی کربن دی‌اکسید و گوگرد تری‌اکسید کمتر است.

چند مورد از عبارت‌های بالا درست است؟

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۲

۱۰۱- یک صابون جامد و یک پاک‌کنندهٔ غیرصابونی از نوع آلکیل‌بنزن‌سولفونات سدیم، زنجیرهای هیدروکربنی سیرشده دارند. جرم مولی پاک‌کنندهٔ غیرصابونی ۷۰ گرم بر مول بیشتر از جرم مولی صابون است. ساختار پاک‌کنندهٔ غیرصابونی در مجموع چند اتم کربن بیشتر از زنجیر هیدروکربنی صابون دارد؟ $(H=1, C=12, O=16, Na=23, S=32 : g\cdot mol^{-1})$

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۷ ۴) ۵

۱۰۲- برای رفع انسداد مجراهای صنعتی، از دو روش متفاوت استفاده می‌شود: در روش نخست، رسوب‌های قلیایی با محلول غلیظ هیدروکلریک‌اسید واکنش داده و تولید گاز می‌کنند و در روش دوم، برای انحلال چربی‌ها از مخلوط سدیم‌هیدروکسید و پودر آلومینیم در آب استفاده می‌شود. کدام عبارت دربارهٔ ماهیت یا مکانیزم عملکرد این دو فرایند نادرست است؟

۱) تولید گاز در مجرای نخست و کنده شدن رسوب‌ها بر اثر فشار گاز در مجرای دوم، هر دو پدیده‌هایی فیزیکی به شمار می‌آیند.

۲) برخلاف شوینده‌های معمولی، هر دو پاک‌کننده مورد استفاده در این مجراها، ترکیباتی خورنده و آسیب‌رسان به پوست هستند.

۳) در مجرای دوم، تشکیل ساختارهایی که بخش آب‌گریز آن‌ها با چربی‌ها برهم‌کنش دارد، به جدا شدن چربی‌ها از سطح دیواره و ورود آن‌ها به فاز آبی کمک می‌کند.

۴) در مجرای دوم ذوب شدن چربی‌ها، سبب شسته شدن و خروج راحت‌تر آن‌ها می‌شود.

۱۰۳- یک مخلوط جامد، پس از افزودن آب، مطابق معادلهٔ موازنه‌نشدهٔ زیر واکنش می‌دهد:

$$Al(s)+NaOH(s)+H_2O(l) \longrightarrow NaAl(OH)_4(aq)+H_2(g)$$

چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟

- در معادلهٔ موازنه‌شده، مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها دو برابر مجموع ضرایب فراورده‌ها است.
- انجام این واکنش با جذب گرما از محیط همراه است.
- در عملکرد پاک‌کنندگی این مخلوط، برخلاف صابون، واکنش شیمیایی با برخی آلاینده‌ها نیز رخ می‌دهد.
- با فرض اینکه حجم مولی گاز حاصل در شرایط اندازه‌گیری برابر با $24/8\ L\cdot mol^{-1}$ باشد، چگالی این گاز به‌تقریب برابر با $0/045\ g\cdot L^{-1}$ می‌باشد.

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۱

۱۰۴- اگر با افزودن صابون به ۱۰ لیتر از یک نمونه آب چاه (آب سخت)، دقیقاً ۰/۱ مول صابون به رسوب تبدیل شود و غلظت یون کلسیم در این آب برابر ۸۰ ppm باشد، غلظت یون منیزیم در آن چند ppm است؟ (فرض کنید سختی آب تنها ناشی از یون‌های کلسیم و منیزیم است).

$(Mg=24, Ca=40 : g\cdot mol^{-1}$ و چگالی آب چاه $= 1\ g\cdot mL^{-1})$

۱) ۲۴ ۲) ۱۶۸ ۳) ۱۲۰ ۴) ۷۲

۱۰۵- از خنثی‌سازی یک اسید چربِ دارای تنها یک پیوند دوگانه در زنجیر هیدروکربنی با سدیم هیدروکسید، ۹۱/۲ گرم صابون جامد به‌دست آمده است. در این واکنش، سدیم هیدروکسید موجود در ۷۵۰ میلی‌لیتر محلول با غلظت $0/4\ mol\cdot L^{-1}$ به‌طور کامل مصرف شده است. جرم اسید چرب مصرف‌شده چند گرم است و در فرمول شیمیایی صابون حاصل چند اتم هیدروژن وجود دارد؟

$(H=1, C=12, O=16, Na=23 : g\cdot mol^{-1})$

۱) ۸۴/۶ ، ۳۵ اتم ۲) ۸۴/۶ ، ۳۳ اتم ۳) ۸۴/۳ ، ۳۳ اتم ۴) ۸۴/۳ ، ۳۵ اتم

محل انجام محاسبات:

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

A

دفترچه پاسخ تشریحی

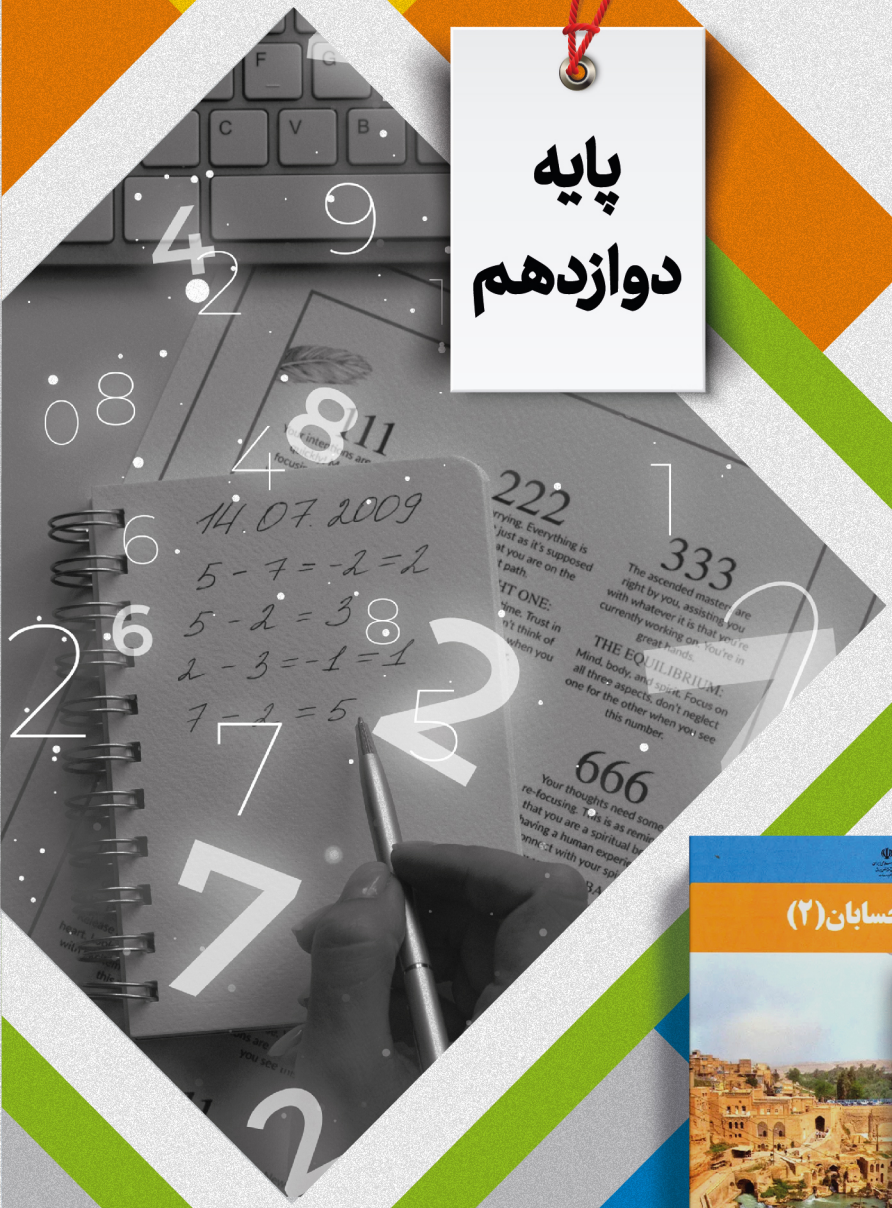
گروه آزمایشی علوم ریاضی

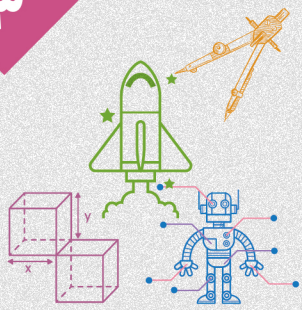
آزمون آزمایشی ۱ آبان ۱۴۰۵

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۶

پایه دوازدهم

مرحلهٔ ۳







گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

۱۴۰۵ - ۱۴۰۶

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

بنام خدا

داوطلبان آزمون سراسری سال ۱۴۰۶

سال تحصیلی ۱۴۰۶-۱۴۰۵

پاسخ تشریحی آزمون مرحلهٔ ۳

تذکرهای مهم

- آزمون آزمایشی مرحلهٔ ۴ گزینه‌دو، در روز جمعه ۱۵ آبان ۱۴۰۵ برگزار می‌گردد.
- داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه‌های هوشمند بعد از آزمون، آزمونک‌ها، بانک سؤال گزینه‌دو، رفع اشکال هوشمند، آرشیو آزمون‌های گزینه‌دو و... ، با استفاده از شمارهٔ داوطلبی (به‌عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به‌عنوان رمز عبور) وارد وب‌سایت گزینه‌دو به آدرس www.gozine2.ir شوید.
  - **در صورتی که اینترنتی ثبت‌نام کرده‌اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده‌اید.**
- کارنامه‌های آزمون آزمایشی مرحلهٔ ۳ به‌صورت کامل، با فاصلهٔ زمانی کوتاهی پس از آزمون مطابق اطلاعیهٔ اعلام‌شده، بر روی پایگاه اینترنتی گزینه‌دو به آدرس www.gozine2.ir قرار می‌گیرد. در صورت بروز اشکال در دریافت کارنامه، موضوع را از طریق نمایندگی شهر خود پیگیری نمایید.

داوطلب گرامی، شما می‌توانید با اسکن تصویر بالا به‌وسیلهٔ گوشی هوشمند و یا تبلت خود، به صفحهٔ اینستاگرام مؤسسه گزینه‌دو وارد شوید.

gozine2.ir

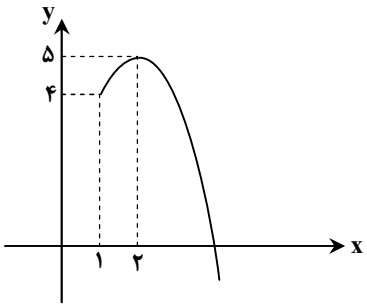
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

ریاضیات

۱- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضی ۱ (فصل ۵، درس‌های ۱ و ۲)

نکته: مجموعهٔ همهٔ مؤلفه‌های اول زوج‌های مرتب تشکیل‌دهندهٔ هر تابع را «دامنه» و مجموعهٔ همهٔ مؤلفه‌های دوم را «برد» آن تابع می‌نامند.

برای یافتن برد تابع، نمودار آن را رسم می‌کنیم. ابتدا نمودار $y=-x^2+4x+1$ را برای $x\geq 1$ رسم می‌کنیم: رأس سهمی $(2,5)$ است و برد این بخش $[-\infty,5]$ است.



برای آنکه برد $\mathbb{R}$ شود، کافی است خط $y=ax+1-3a$ در ناحیهٔ $x<1$ شیب منفی داشته باشد و مقدار مرزی آن در $x=1$ کوچک‌تر یا مساوی ۵ باشد:

$$y=ax+1-3a \Rightarrow \begin{cases} a<0 \\ 1-2a\leq 5 \Rightarrow a\geq -2 \end{cases} \Rightarrow a\in[-2,0)$$

پس پاسخ، گزینهٔ ۲ است.

۲- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضی ۱ (فصل ۵، درس ۳)

نکته: اگر دامنه و برد یک تابع برابر باشد و هر عضو از دامنهٔ تابع دقیقاً به همان عضو در برد نظیر شود، تابع را همانی می‌نامند. اگر دامنهٔ تابع همانی را $\mathbb{R}$ در نظر بگیریم، نمودار آن همان خط $y=x$ است که با معادلهٔ $f(x)=x$ هم نمایش داده می‌شود.

نکته: تابعی مانند g را که برد آن تنها شامل یک عضو است، تابع ثابت می‌نامیم. اگر این عضو را k بنامیم، تابع ثابت را معمولاً با معادلهٔ $g(x)=k$ نمایش می‌دهند.

با توجه به نکات، می‌توان نوشت:

$$f(-2)=-2\,,\ f(2)=2\,,\ f(4)=4\,,\ g(-1)=g(4)=g(2)=k$$

پس می‌توان نوشت:

$$\frac{f(4)g(-1)}{g(2)+f(-2)}-\frac{f(2)}{g(4)+f(-2)}=5 \Rightarrow \frac{4k-2}{k-2}=5 \Rightarrow 4k-2=5k-10 \Rightarrow k=8 \Rightarrow g(x)=8$$

بنابراین: $f(\frac{3}{4})\times g(\frac{3}{8})=\frac{3}{4}\times 8=6$.

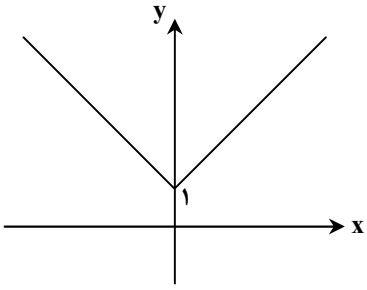
پس پاسخ گزینهٔ ۱ است.

۳- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۵، درس ۲)

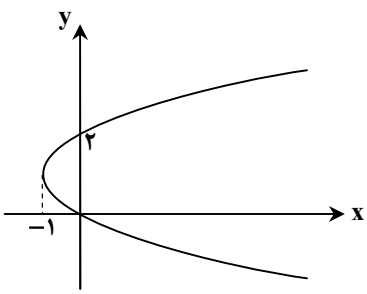
نکته: یک رابطه زمانی تابع است که هر خط موازی محور yها، نمودار آن را حداکثر در یک نقطه قطع کند.

نمودار تابع هر گزینه را رسم می‌کنیم و طبق نکته، تابع بودن آن را بررسی می‌کنیم:

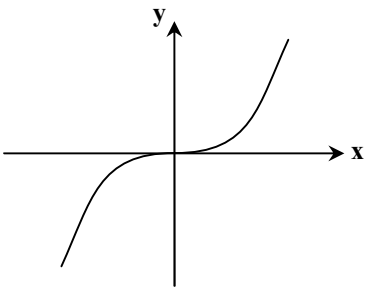
گزینهٔ ۱:



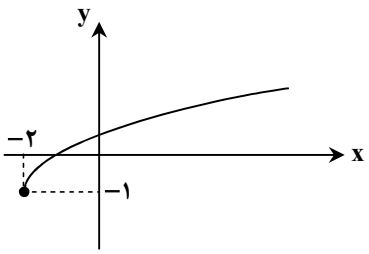
گزینهٔ ۲:



گزینهٔ ۳:



گزینهٔ ۴:



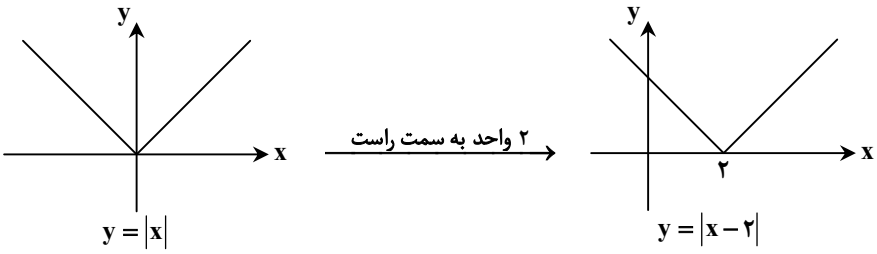
طبق نکته گزینه‌های ۱، ۳ و ۴ این ویژگی را دارند؛ یعنی هر خط موازی محور yها نمودار آن‌ها را حداکثر در یک نقطه قطع می‌کند.

اما در گزینهٔ ۲ رابطهٔ $x=(y-1)^{2}-1$ منجر به روابط $y=1\pm\sqrt{x+1}$ می‌شود که برای بعضی xها دو مقدار y به‌دست می‌آید و هر خط $x=k$ برای $k>-1$ نمودار آن را در دو نقطه قطع می‌کند، پس تنها رابطه‌ای که تابع نیست، گزینهٔ ۲ است.

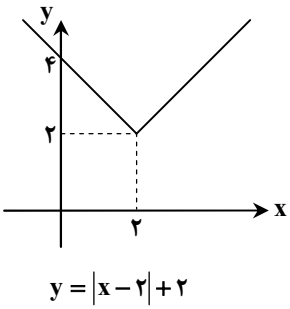
۴- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (فصل ۵، درس ۳)

با استفاده از انتقال نمودار $y=|x|$، نمودار تابع $y=|x-۲|+۲$ را رسم می‌کنیم.

ابتدا نمودار $y=|x|$ را دو واحد به سمت راست منتقل می‌کنیم:



اکنون نمودار را دو واحد به بالا منتقل می‌کنیم تا نمودار $y=|x-۲|+۲$ حاصل شود:



بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱ نادرست است، زیرا دامنهٔ تابع، $\mathbb{R}$ است.

گزینهٔ ۲ درست است. با توجه به نمودار f، برد تابع $[۲,+\infty)$ است.

گزینهٔ ۳ نادرست است، زیرا تابع خطی دارای ضابطهٔ $y=ax+b$ است.

گزینهٔ ۴ نادرست است، زیرا f تابع قدرمطلقی است.

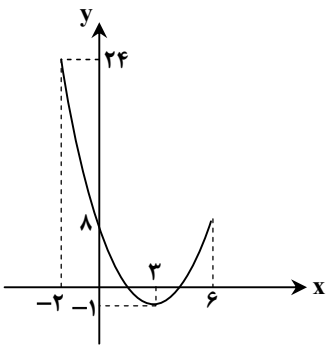
۵- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۱)

نکته: برای مشخص بودن یک تابع باید دامنه، هم‌دامنه و دستور یا قاعده‌ای که نحوهٔ ارتباط بین اعضای دامنه و اعضای هم‌دامنه را نشان می‌دهد، معلوم باشد.

نکته: هم‌دامنهٔ تابع را می‌توان هر مجموعهٔ دلخواهی شامل برد تابع در نظر گرفت.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

نمودار این تابع را رسم می‌کنیم. قاعدهٔ تابع به‌صورت $f(x)=x^۲-۶x+۸$ است. اگر رأس سهمی را با S نشان دهیم، می‌توان نوشت:



$$x_S=\frac{۶}{۲}=۳ \Rightarrow y_S=f(۳)=۹-۱۸+۸=-۱$$

همچنین نقاط ابتدا و انتهای نمودار، چنین‌اند:

نقطهٔ ابتدا: $f(-۲)=۴+۱۲+۸=۲۴ \Rightarrow (-۲,۲۴)$

نقطهٔ انتها: $f(۶)=۳۶-۳۶+۸=۸ \Rightarrow (۶,۸)$

بنابراین بُرد این تابع بازهٔ $[-۱,۲۴]$ است. می‌دانیم برد تابع، زیرمجموعه‌ای از هم‌دامنهٔ آن است. بنابراین بازهٔ $[a,b]$ باید به‌گونه‌ای باشد که $[-۱,۲۴]\subseteq[a,b]$ باشد. در نتیجه حداقل مقدار طول بازهٔ $[a,b]$، مربوط به زمانی است که این بازه برابر با بُرد تابع باشد.

در نتیجه: $a=-۱, b=۲۴$. بنابراین $b-a=۲۵$.

۶- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۱)

نکته: دو تابع f و g را برابر می‌نامیم هرگاه:

الف) دامنهٔ f و دامنهٔ g با هم برابر باشند.

ب) به ازای هر x از این دامنهٔ یکسان داشته باشیم: $f(x)=g(x)$

نکته: توابع کسری در نقاطی که مخرج را صفر می‌کنند، تعریف نشده‌اند.

تک‌تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینهٔ ۱: $y=\frac{[x+۳]|x-۳|}{|x-۳|} \Rightarrow y=[x+۳]=[x]+۳; D=\mathbb{R}-\{x\,|\,|x-۳|=۰\}=\mathbb{R}-\{۳\}$

گزینهٔ ۲: $y=\frac{[x]^۲-۹}{[x]-۳}=\frac{([x]-۳)([x]+۳)}{[x]-۳} \Rightarrow y=[x]+۳; D=\mathbb{R}-\{x\,|\,[x]=۳\}=\mathbb{R}-[۳,۴)$

گزینهٔ ۳: $y=[x]+۲+\sin^۲\frac{۱}{x-۳}+\cos^۲\frac{۱}{x-۳} \Rightarrow y=[x]+۳; D=\mathbb{R}-\{۳\}$

گزینهٔ ۴: $y=[x]+\frac{۳(۲^{x-۳}-۱)}{۲^{x-۳}-۱} \Rightarrow y=[x]+۳; D=\mathbb{R}-\{x\,|\,۲^{x-۳}-۱=۰\}=\mathbb{R}-\{۳\}$

بنابراین گزینهٔ ۲ با سایر گزینه‌ها برابر نیست و پس از حذف سه ضابطهٔ دیگر، باقی می‌ماند؛ زیرا دامنهٔ متفاوتی دارد.

۷- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۲)

نکته: دامنهٔ یک تابع، مجموعهٔ همهٔ مقادیری است که به ازای آن‌ها، عبارت نمایش‌دهندهٔ ضابطهٔ تابع، تعریف شده باشد.

در این سؤال مخرج هریک از دو کسر موجود در ضابطهٔ تابع نباید صفر باشند. داریم: $x+۲\neq۰ \Rightarrow x\neq-۲$

$$\frac{(x-۱)(x+۲)-۱۰}{x+۲}\neq۰ \Rightarrow (x-۱)(x+۲)-۱۰\neq۰ \Rightarrow x^۲+x-۱۲\neq۰ \Rightarrow (x+۴)(x-۳)\neq۰ \Rightarrow x\neq۳,-۴$$

بنابراین دامنهٔ تابع برابر $D_f=\mathbb{R}-\{-۴,-۲,۳\}$ است.

۸- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۲)

نکته: در معادلهٔ رادیکالی، علاوه بر مجاز بودن طرف رادیکال، باید طرف بدون رادیکال نیز نامنفی باشد.

از شرط اولیه داریم $x+۶\geq۰$ و نیز $x^۲-۶\geq۰$. حال دو طرف را مربع می‌کنیم:

$$x+۶=(x^۲-۶)^۲ \Rightarrow x^۴-۱۲x^۲-x+۳۰=۰$$

این چندجمله‌ای به‌صورت $(x^۲+x-۵)(x+۲)(x-۳)=۰$ تجزیه می‌شود؛ پس ریشه‌های جبری آن ۳، ۲- و $\frac{-۱\pm\sqrt{۲۱}}{۲}$ هستند.

اکنون شروط $x+۶\geq۰$ و $x^۲-۶\geq۰$ را بررسی می‌کنیم. شرط $x+۶\geq۰$ برای همهٔ ریشه‌ها برقرار است ولی برای شرط $x^۲-۶\geq۰$ از میان این ریشه‌ها فقط $x=۳$ و $x=\frac{-۱-\sqrt{۲۱}}{۲}$ در این شرط صدق می‌کنند.

بنابراین معادله دقیقاً دو ریشه دارد که یکی مثبت و دیگری منفی است؛ پس پاسخ، گزینهٔ ۴ می‌باشد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۹- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۳)

نکته: اگر f تابعی وارون‌پذیر باشد و داشته باشیم $f(a)=b$، آنگاه: $f^{-1}(b)=a$

نکته: فرم کلی تابع خطی به‌صورت $y=ax+b$ است.

فرض کنیم ضابطهٔ تابع به‌صورت $f(x)=ax+b$ باشد، در این صورت داریم:

$$\begin{cases} f(1)+f(3)=6 \Rightarrow (a+b)+(3a+b)=6 \Rightarrow 4a+2b=6 \\ f^{-1}(9)=-1 \Rightarrow f(-1)=9 \Rightarrow -a+b=9 \end{cases} \Rightarrow a=-2\ ,\ b=7$$

بنابراین ضابطهٔ این تابع خطی به‌صورت $f(x)=-2x+7$ است. برای به‌دست آوردن مقدار خواسته‌شده ابتدا مقدار $f(5)$ را به‌دست می‌آوریم:

$$f(5)=-2\times5+7=-3 \Rightarrow f^{-1}(6+f(5))=f^{-1}(6-3)=f^{-1}(3)$$

راه‌حل اول:

اگر فرض کنیم $f^{-1}(3)=t$، می‌توان نتیجه گرفت $f(t)=3$. بنابراین:

$$-2t+7=3 \Rightarrow -2t=-4 \Rightarrow t=2$$

راه‌حل دوم:

نکته: برای به‌دست آوردن ضابطهٔ تابع وارون یک تابع یک‌به‌یک مانند $f(x)$، در معادلهٔ $y=f(x)$ در صورت امکان x را برحسب y محاسبه می‌کنیم. سپس با تبدیل y به x، ضابطهٔ $f^{-1}(x)$ را به‌دست می‌آوریم.

با استفاده از نکته، معکوس تابع خطی $f(x)$ را به‌دست می‌آوریم:

$$y=-2x+7 \Rightarrow y-7=-2x \Rightarrow x=\frac{7-y}{2} \Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{7-x}{2}$$

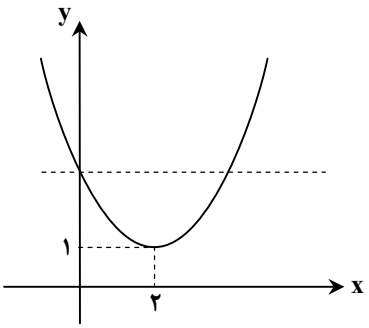
بنابراین: $f^{-1}(3)=\frac{7-3}{2}=2$؛ پس گزینهٔ ۱ درست است.

۱۰- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۳)

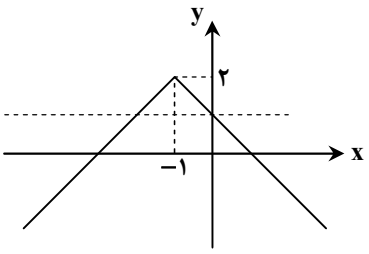
نکته: یک تابع زمانی وارون‌پذیر است که یک‌به‌یک باشد؛ برای تشخیص یک‌به‌یک بودن از آزمون خط افقی استفاده می‌کنیم.

ابتدا نمودار هر گزینه را رسم می‌کنیم:

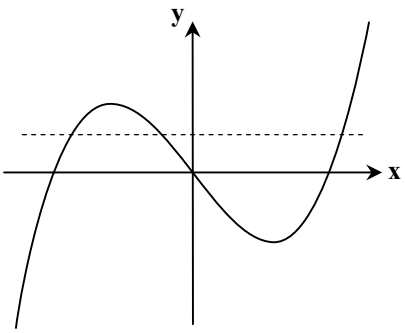
گزینهٔ ۱:



گزینهٔ ۲:

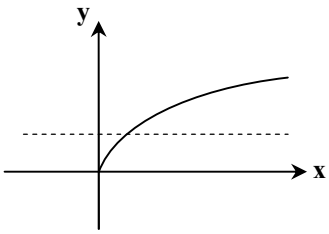


گزینهٔ ۳:



SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گزینهٔ ۴:



نمودارهای گزینه‌های ۱، ۲ و ۳ بعضی خط‌های افقی را در بیش از یک نقطه قطع می‌کنند؛ پس یک‌به‌یک نیستند.

در رابطه با گزینهٔ ۳ اگر رسم آن برایتان سخت است، کافیست فقط امتحان کنیم معادلهٔ $f(x)=0$ بیش از یک جواب دارد که در این صورت خط $y=0$ آن را در بیش از یک نقطه قطع می‌کند و در نتیجه یک به یک نخواهد بود:

$$y=x^3-3x=0 \Rightarrow x(x^2-3)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\pm\sqrt{3} \end{cases}$$

اما تابع $y=\sqrt[3]{x|x^3|}=\sqrt{x}$ همواره افزایشی است و هر خط افقی آن را حداکثر یک‌بار قطع می‌کند؛ بنابراین وارون‌پذیر است. پس پاسخ، گزینهٔ ۴ است.

۱۱- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۴)

نکته: اگر رابطهٔ بین دو مجموعه به‌صورت زوج‌های مرتب داده شده باشد، رابطه‌ای را که از جابه‌جایی دو مؤلفهٔ هر زوج مرتب رابطه به‌دست می‌آید، وارونِ آن رابطه می‌نامیم: $f^{-1}=\{(y,x)\,|\,(x,y)\in f\}$

نکته: اگر f و g دو تابع باشند، تابع $f+g$ به‌صورت روبه‌رو تعریف می‌شود:

$$(f+g)(x)=f(x)+g(x);\ D_{f+g}=D_f\cap D_g$$

برای به‌دست آوردن $f+g^{-1}$، ابتدا با استفاده از جدول و مطابق نکتهٔ اول تابع g^{-1} را به‌دست می‌آوریم:

$$g=\{(3,-2),(6,5),(8,\tfrac{3}{2}),(9,2)\} \Rightarrow g^{-1}=\{(-2,3),(5,6),(\tfrac{3}{2},8),(2,9)\}$$

با توجه به اینکه $D_{g^{-1}}=\{-2,5,\frac{3}{2},2\}$ و $D_f=\mathbb{N}$، مطابق نکتهٔ دوم داریم:

$$D_f\cap D_{g^{-1}}=\mathbb{N}\cap\{-2,5,\tfrac{3}{2},2\}=\{2,5\}$$

مقدار تابع خواسته‌شده را به ازای نقاط دامنهٔ به‌دست آمده می‌نویسیم:

$$\begin{cases}(f+g^{-1})(2)=f(2)+g^{-1}(2)=7+9=16\\(f+g^{-1})(5)=f(5)+g^{-1}(5)=16+6=22\end{cases} \Rightarrow f+g^{-1}=\{(2,16),(5,22)\}$$

پس گزینهٔ ۴ درست است.

۱۲- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۴)

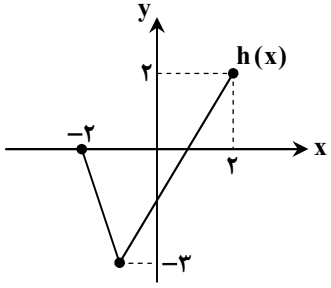
نکته: برای تعریف gof ابتدا ورودی وارد f و سپس خروجی f وارد g می‌شود: $D_{gof}=\{x\in D_f\,|\,f(x)\in D_g\}$

با فرض $f(x)=x$ با دامنهٔ $\{0,1,2\}$ و $g(x)=x^2$ با دامنهٔ $\{-1,0,1\}$ گزینهٔ ۴ درست خواهد بود. برای سایر گزینه‌ها می‌توان مثال نقض آورد که به دانش‌آموز واگذار می‌شود.

۱۳- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۱)

راه‌حل اول:

با استفاده از تبدیلات، نمودار تابع $h(x)$ به‌صورت زیر رسم می‌شود:



با توجه به نمودار واضح است که:

$$D_h=[-2,2],\ R_h=[-3,2] \Rightarrow D_h\cap R_h=[-2,2]$$

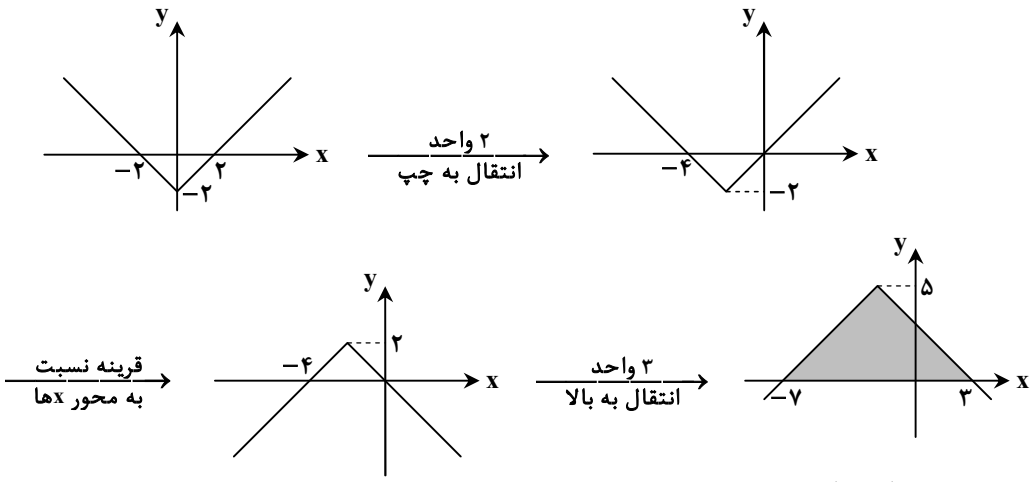
SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

راه‌حل دوم:

$$D_f=[-1,3] \Rightarrow x+1\in[-1,3] \Rightarrow x\in[-2,2] \Rightarrow D_h=[-2,2]$$
$$R_f=[-1,4] \Rightarrow R_{1-f}=-[-1,4]+1=[-4,1]+1=[-3,2] \Rightarrow R_h=[-3,2]$$

۱۴- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۱)

ابتدا مرحله‌به‌مرحله نمودار خواسته‌شده را رسم می‌کنیم:



ابتدا دو واحد به چپ انتقال دادیم: $y=|x+2|-2$

سپس نسبت به محور xها قرینه کردیم: $y=-|x+2|+2$

در پایان ۳ واحد به بالا انتقال دادیم پس نمودار نهایی $y=-|x+2|+5$ است.

رأس این نمودار در نقطهٔ $(-2,5)$ قرار دارد. برای به‌دست آوردن محل‌های برخورد با محور xها می‌نویسیم:

$$|x+2|=5 \Rightarrow x+2=\pm 5 \Rightarrow x=3 \ , \ x=-7$$

بنابراین ناحیهٔ محدود یک مثلث با قاعدهٔ ۱۰ و ارتفاع ۵ است. پس مساحت برابر ۲۵ می‌شود؛ یعنی پاسخ، گزینهٔ ۳ می‌باشد.

۱۵- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۱)

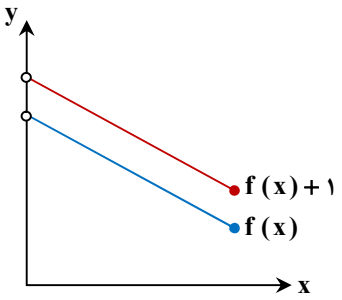
نکته: در تابع یک‌به‌یک f از $f(a)=f(b)$ نتیجه می‌گیریم که $a=b$ است.

طبق فرض مسئله، نقطهٔ $(\alpha,0)$ روی نمودار تابع اولیه قرار دارد، پس $f(\alpha)=0$ است. حال باید y در تابع جدید $y=-3f(5-2x)$ نیز صفر باشد، پس $f(5-2x)=0$ است و چون f یک‌به‌یک است، $5-2x=\alpha$ و در نتیجه $x=\frac{5-\alpha}{2}$ است. بنابراین گزینهٔ ۳ درست است.

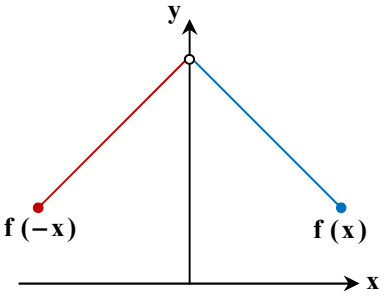
۱۶- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۱)

نمودار تقریبی هر گزینه و نمودار f را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:

گزینهٔ ۱:

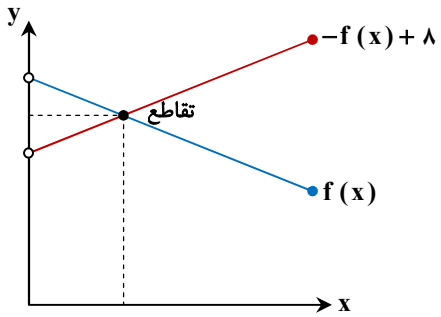


گزینهٔ ۲:

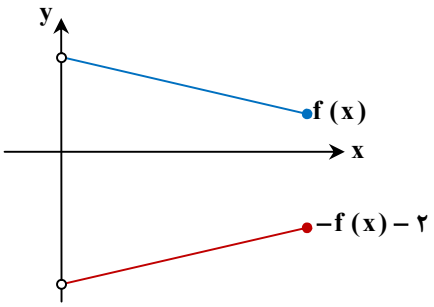


SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

گزینهٔ ۳:



گزینهٔ ۴:



با توجه به اینکه دامنه و برد تابع f را نمی‌دانیم، از روی نمودارها متوجه می‌شویم نمودار تابع $y=-f(x)+8$ فقط ممکن است نمودار تابع $y=f(x)$ را قطع کند. زیرا قرینه شده و سپس به بالا می‌رود و امکان برخورد با نمودار اولیه را دارد.

۱۷- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۱)

راه‌حل اول:

ابتدا طول نقطهٔ متناظر با A را روی نمودار $f(x)$ و سپس روی نمودار $f(2x+1)$ به‌دست می‌آوریم تا مقدار β به‌دست آید:

$$f(2+x)+\alpha \xrightarrow[\text{سمت راست}]{\text{۲ واحد به}} f(x)+\alpha \xrightarrow[\text{سمت پایین}]{\alpha\text{ واحد به}} f(x) \xrightarrow[\text{سمت چپ}]{\text{۱ واحد به}} f(x+1) \xrightarrow[\text{با ضریب }\frac{1}{2}]{\text{انقباض افقی}} f(2x+1)$$

پس طول نقطهٔ A'، متناظر با A، به‌صورت زیر است:

$$2 \to 2+2 \to 4-1 \to 3\times\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$$

بنابراین $\beta=\frac{3}{2}$. نقطهٔ A' روی نمودار است، پس در آن صدق می‌کند، یعنی:

$$f(2\times(\frac{3}{2})+1)=-2 \Rightarrow f(4)=-2 \quad (*)$$

از طرفی نقطهٔ $A(2,3)$ نیز در $y=f(2+x)+\alpha$ صدق می‌کند:

$$f(2+2)+\alpha=3 \Rightarrow f(4)=3-\alpha \xrightarrow{(*)} 3-\alpha=-2 \Rightarrow \alpha=5$$

بنابراین:

$$\alpha+\beta=5+\frac{3}{2}=\frac{13}{2}$$

راه‌حل دوم:

نقطهٔ $A(2,3)$ روی نمودار $y=f(2+x)+\alpha$ قرار گرفته، پس:

$$3=f(4)+\alpha \Rightarrow f(4)=3-\alpha$$

از طرفی $A'(\beta,-2)$ روی نمودار $y=f(2x+1)$ است، پس:

$$f(2\beta+1)=-2$$

از معادلات به‌دست آمده و با توجه به متناظر بودن دو نقطه داریم:

$$\begin{cases}2\beta+1=4\\3-\alpha=-2\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\beta=\frac{3}{2}\\\alpha=5\end{cases}$$

بنابراین:

$$\alpha+\beta=\frac{13}{2}$$

پس گزینهٔ ۲ درست است.

۱۸- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۱)

نکته: اگر عرض نقاط تابع $y=f(x)$ را قرینه کنیم، نقاط تابع $y=-f(x)$ به‌دست می‌آیند. بنابراین نمودار تابع $y=-f(x)$، قرینهٔ نمودار تابع $y=f(x)$ نسبت به محور طول‌ها است.

نکته: اگر f یک تابع یک‌به‌یک باشد، برای به‌دست آوردن نمودار تابع f^{-1} کافی است قرینهٔ نمودار تابع f را نسبت به خط $y=x$ (نیمساز ربع اول و سوم) به‌دست آوریم.

ابتدا قرینهٔ تابع نهایی f را نسبت به محور طول‌ها پیدا می‌کنیم تا قرینه‌سازی آخر را برگردانیم:

$y=-f(x)=۴-\sqrt{۳x-۶}$: قرینه نسبت به محور طول‌ها

برای محاسبهٔ قرینهٔ این تابع نسبت به خط $y=x$ و رسیدن به نمودار g، کافی است وارون آن تابع را محاسبه کنیم؛ پس x را برحسب y محاسبه می‌کنیم تا ضابطه تابع g به‌دست آید، داریم:

$$۴-y=\sqrt{۳x-۶} \Rightarrow (۴-y)^۲=۳x-۶ \Rightarrow x=\frac{(۴-y)^۲+۶}{۳} \Rightarrow x=\frac{y^۲-۸y+۲۲}{۳}=\frac{۱}{۳}y^۲-\frac{۸}{۳}y+\frac{۲۲}{۳}$$

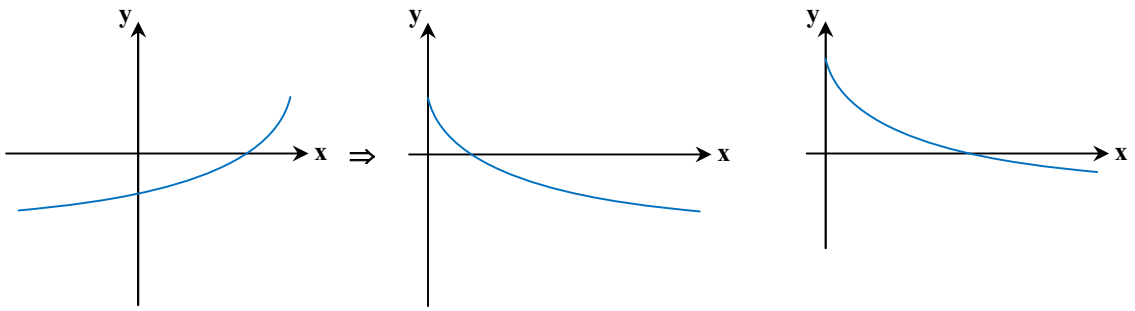
$$\Rightarrow g(x)=\frac{۱}{۳}x^۲-\frac{۸}{۳}x+\frac{۲۲}{۳}\ ,\ x\in\mathbb{R}$$

دقت کنید که چون در صورت سؤال ذکر شده $g(x)$ یک سهمی با دامنهٔ $\mathbb{R}$ است، پس محدودیت دامنه را برای آن اعمال نمی‌کنیم.

حال می‌دانیم سهمی به رأس $S(x_S,y_S)$ با دامنهٔ $(-\infty,x_S]$ یا $[x_S,+\infty)$ یا هریک از زیرمجموعه‌های آن‌ها یک‌به‌یک است و چون طول رأس g برابر $x_S=۴$ است فقط گزینهٔ ۴ زیرمجموعهٔ یکی از بازه‌های مذکور است.

۱۹- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۱)

تجسم نموداری: کمینه کردن a به‌گونه‌ای که نمودار وارد ناحیهٔ دوم نشود.



داریم: $h(x)=a+f(۳a-x)=a+۱-\sqrt{x+۵-۳a}$

پس دامنهٔ h برابر $[۳a-۵,+\infty)$ است.

در ابتدایی‌ترین نقطهٔ دامنه یعنی $x=۳a-۵$، مقدار تابع برابر $a+۱$ می‌شود که برای a مثبت، حتماً مثبت است. اگر $۳a-۵<۰$ باشد، نقطهٔ آغازین نمودار در ناحیهٔ دوم قرار می‌گیرد؛ زیرا هم x منفی است و هم y مثبت.

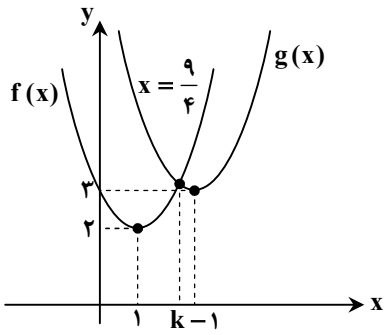
بنابراین برای آنکه نمودار اصلاً وارد ناحیهٔ دوم نشود، لازم است $۳a-۵\geq۰$ باشد؛ از این شرط به‌دست می‌آید $a\geq\frac{۵}{۳}$ و در نتیجه حداقل مقدار مثبت a برابر $\frac{۵}{۳}$ است؛ بنابراین گزینهٔ ۲ پاسخ است.

۲۰- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۱)

ابتدا ضابطهٔ f را ساده‌تر می‌کنیم:

$$f(x)=(x-۱)^۲+۲ \xrightarrow{\text{تبدیلات گفته‌شده}} g(x)=f(-(x-k))+۱=(-(x-k)-۱)^۲+۳=(x-(k-۱))^۲+۳$$

بنابراین نمودار دو تابع به‌صورت زیر است:



از برابری ضابطهٔ دو تابع خواهیم داشت:

$$f(x)=g(x) \Rightarrow (x-۱)^۲+۲=(x-(k-۱))^۲+۳$$

$$\Rightarrow x^۲-۲x+۳=x^۲-۲(k-۱)x+(k-۱)^۲+۳$$

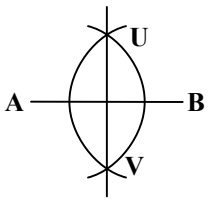
$$\Rightarrow k^۲-۲k-۲kx+۴x+۱=۰ \xrightarrow{x=\frac{۹}{۴}} k^۲-\frac{۱۳}{۲}k+۱۰=۰$$

$$\Rightarrow k=\frac{۵}{۲}, k=۴$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۱- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۱، درس ۱)

نکته (رسم عمود منصف پاره‌خط): نقاط A و B را در نظر بگیرید. دهانهٔ پرگار را بیش از نصف طول پاره‌خط AB باز کنید و یک بار به مرکز A و بار دیگر به مرکز B و با همان شعاع قبلی کمان بزنید تا یکدیگر را در نقاط U و V قطع کنند. خط گذرنده از نقاط U و V عمودمنصف پاره‌خط AB است.



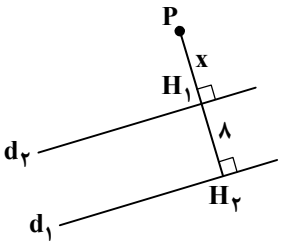
گام اول: بررسی نقاط بیرون دو خط موازی

فرض کنید نقطهٔ P بیرون دو خط موازی قرار داشته باشد.

چون فاصلهٔ دو خط d_1 و d_2 برابر ۸ واحد است، فاصلهٔ نقطهٔ P از خط دورتر، دقیقاً ۸ واحد بیشتر از فاصلهٔ آن از خط نزدیک‌تر است.

بنابراین قدر مطلق اختلاف فاصله‌های نقطهٔ P از دو خط برابر ۸ واحد خواهد بود.

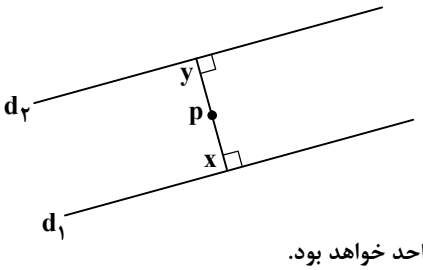
اما طبق فرض سؤال، این اختلاف باید ۴ واحد باشد. پس هیچ نقطه‌ای در ناحیه‌های بیرونی دو خط شرط مسئله را ندارد.



$$PH_2 - PH_1 = (x+8) - x = 8$$

گام دوم: بررسی نقاط بین دو خط موازی

اکنون نقطهٔ P را بین دو خط موازی در نظر می‌گیریم.



از آنجا که فاصلهٔ دو خط برابر ۸ واحد است، مجموع فاصله‌های نقطهٔ P از دو خط نیز برابر ۸ واحد خواهد بود.

از طرف دیگر، طبق شرط مسئله، قدر مطلق اختلاف این دو فاصله برابر ۴ واحد است. بنابراین دو فاصله باید شرایط زیر را داشته باشند:

$$x + y = 8$$
$$|x - y| = 4$$

اگر $x \geq y$، داریم:

$$x + y = 8$$
$$x - y = 4$$

با جمع دو معادله:

$$2x = 12 \Rightarrow x = 6$$

در نتیجه:

$$y = 2$$

پس فاصله‌های نقطه از دو خط اولیه به‌ترتیب ۲ و ۶ واحد هستند.

تذکر: نقطهٔ P نمی‌تواند روی یکی از دو خط موازی d_1 یا d_2 قرار داشته باشد. چون در این صورت، فاصلهٔ نقطهٔ P از یکی از دو خط صفر و از خط دیگر ۸ واحد است؛ بنابراین قدر مطلق تفاضل فاصلهٔ آن نقطه تا دو خط برابر ۸ است و با فرض مسئله تناقض دارد. بنابراین هیچ نقطه‌ای روی دو خط موازی d_1 و d_2، عضو مکان هندسی موردنظر نخواهد بود.

گام سوم: تعیین مکان هندسی

در بین دو خط موازی، دو حالت وجود دارد:

حالت اول: نقطه از d_1 دو واحد و از d_2 شش واحد فاصله دارد.

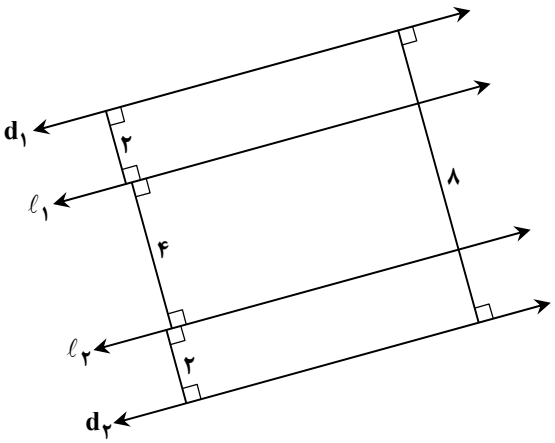
تمام چنین نقاطی روی خطی موازی با دو خط اولیه قرار می‌گیرند.

این خط را ℓ_1 می‌نامیم.

حالت دوم: نقطه از d_1 شش واحد و از d_2 دو واحد فاصله دارد.

تمام این نقاط نیز روی خط موازی دیگری قرار می‌گیرند که آن را ℓ_2 می‌نامیم.

بنابراین دو خط ℓ_1 و ℓ_2 بین d_1 و d_2 مطابق شکل قرار دارند.



گام چهارم: محاسبهٔ فاصلهٔ دو خط موردنظر

فاصلهٔ دو خط اولیه ۸ واحد است.

خط ℓ_1 دو واحد از d_1 فاصله دارد و خط ℓ_2 نیز دو واحد از d_2 فاصله دارد.

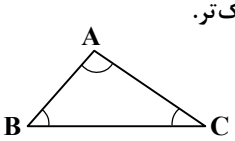
بنابراین فاصلهٔ ℓ_1 و ℓ_2 برابر است با:

$$8 - 2 - 2 = 4$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

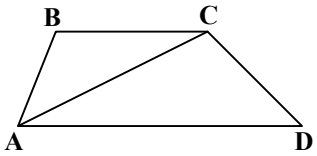
۲۲- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۱، درس۲)

نکته: اگر در مثلثی دو زاویه نابرابر باشند، ضلع روبه‌رو به زاویهٔ بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از ضلع روبه‌رو به زاویهٔ کوچک‌تر.



$$\hat{C} < \hat{B} \Rightarrow AB < AC$$

در چهارضلعی محدب ABCD، قطر AC را رسم می‌کنیم. دو مثلث ABC و ACD را در نظر می‌گیریم.



می‌دانیم در هر مثلث، ضلع مقابل به زاویهٔ بزرگ‌تر، از ضلع مقابل به زاویهٔ کوچک‌تر، بزرگ‌تر است.

$$\overset{\triangle}{ABC}: \text{(فرض)}\ B\hat{A}C > B\hat{C}A \Rightarrow BC > AB \quad (1)$$

$$\overset{\triangle}{ACD}: \text{(فرض)}\ A\hat{C}D > C\hat{A}D \Rightarrow AD > CD \quad (2)$$

با جمع رابطه‌های (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$BC + AD > AB + CD \quad (3)$$

از طرفی محیط چهارضلعی محدب ABCD، ۳۰ واحد است، پس:

$$AB + BC + CD + AD = 30 \Rightarrow (AB + CD) + (BC + AD) = 30 \Rightarrow BC + AD = 30 - (AB + CD)$$

طبق رابطهٔ (۳) نتیجه می‌گیریم:

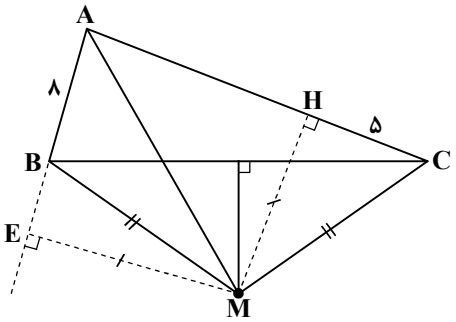
$$30 - (AB + CD) > AB + CD \Rightarrow 30 > 2(AB + CD) \Rightarrow AB + CD < 15$$

۲۳- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۱ (فصل ۱، درس۱)

نکته: هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع زاویه به یک فاصله است.

نکته: هر نقطه روی عمودمنصف یک پاره‌خط از دو سر آن پاره‌خط به یک فاصله است.

از M عمودی بر امتداد AB رسم می‌کنیم و پای عمود را E می‌نامیم. همچنین M را به B و C وصل می‌کنیم. با توجه به نکات، داریم:



$$\begin{cases} M \text{ روی نیمساز زاویهٔ } A \text{ است.} \Rightarrow MH = ME \\ M \text{ روی عمودمنصف } BC \text{ است.} \Rightarrow MB = MC \end{cases}$$

دو مثلث MBE و MHC به حالت تساوی وتر و یک ضلع قائم هم‌نهشت هستند و داریم:

$$\overset{\triangle}{MBE} \cong \overset{\triangle}{MHC} \Rightarrow BE = CH = 5$$

از طرفی دو مثلث AMH و AME نیز به حالت تساوی وتر و یک ضلع قائم هم‌نهشت هستند، پس $AH = AE$ و خواهیم داشت:

$$AE = AB + BE = 8 + 5 = 13 = AH$$

پس:

$$AC = AH + HC = 13 + 5 \Rightarrow AC = 18$$

۲۴- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۳ (فصل ۱، درس۱)

نکته: ضرب ماتریس‌ها خاصیت شرکت‌پذیری دارد؛ یعنی: $(AB)C = A(BC)$

اما در حالت کلی خاصیت جابه‌جایی ندارد:

$$AB \neq BA$$

ابتدا عبارت اول را ساده می‌کنیم:

$$A(BA)^3B = A(BABABA)B = ABABABAB = (AB)^4 = C^4$$

اکنون عبارت دوم را ساده می‌کنیم:

$$B(AB)^3A = B(ABABAB)A = BABABABA = (BA)^4 = D^4$$

بنابراین:

$$A(BA)^3B + B(AB)^3A - C^4 = C^4 + D^4 - C^4 = D^4$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۲۵- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۱، درس۱)

نکته: اگر A و B دو ماتریس مربعی هم‌مرتبه و تعویض‌پذیر باشند، آنگاه اتحادها در مورد آن‌ها برقرار است. مانند:

$$(AB)^n = A^n \cdot B^n$$
$$(A \pm B)^2 = A^2 \pm 2AB + B^2$$
$$(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$$
$$(A \pm B)^3 = A^3 \pm 3A^2B + 3AB^2 \pm B^3$$

ابتدا از رابطهٔ داده‌شده داریم:

$$\left.\begin{matrix} AB = (2B^3 - B^2 + 3B - I)B = 2B^4 - B^3 + 3B^2 - B \\ BA = B(2B^3 - B^2 + 2B - I) = 2B^4 - B^3 + 3B^2 - B \end{matrix}\right\} \Rightarrow AB = BA$$

پس ماتریس‌های A و B تعویض‌پذیر هستند، بنابراین اتحادهای جبری برای این دو ماتریس برقرارند.

با استفاده از اتحادها داریم:

$$(A+2B)^2 - (A-2B)^2 = 8AB \text{ و } (A-3B)(A+3B) = A^2 - 9B^2$$

در نتیجه:

$$(A+2B)^2 - (A-2B)^2 + (A-3B)(A+3B) = 8AB + A^2 - 9B^2 = A^2 + 8AB - 9B^2$$

۲۶- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۱، درس۱)

با استفاده از خاصیت توزیع‌پذیری ضرب ماتریس‌ها داریم:

$$C = A\left(\begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}\right)B = A\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}B = A(3I)B = 3(AIB) = 3AB$$

بنابراین: $C^{10} = 3^{10}(AB)^{10}$

از طرفی با استفاده از خاصیت شرکت‌پذیری ضرب ماتریس‌ها:

$$(AB)^{10} = ABAB\cdots AB = A(BA)^9B$$

در نتیجه:

$$C^{10} - 3^{10}A(BA)^9B = 3^{10}(AB)^{10} - 3^{10}(AB)^{10} = O$$

۲۷- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۱، درس۱)

نکته (ضرب ماتریس در ماتریس): اگر A ماتریسی $m \times p$ و B ماتریسی $p \times n$ باشد (تعداد ستون‌های ماتریس A با تعداد سطرهای B برابر باشد)، در این صورت $A_{m\times p} \times B_{p\times n} = C_{m\times n} = [c_{ij}]$ قابل تعریف بوده و اگر فرض کنیم $A_{m\times p} \times B_{p\times n} = C_{m\times n} = [c_{ij}]$ ماتریسی C بوده که درایهٔ روی سطر iاُم و ستون jاُم در آن یعنی، c_{ij} از ضرب سطر iاُم A در ستون jاُم B به‌دست می‌آید، یعنی:

$$c_{ij} = A \text{ سطر } i \text{ اُم} \times B \text{ ستون } j \text{ اُم}$$

$$\Rightarrow c_{ij} = \begin{bmatrix} a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ip} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} b_{1j} \\ b_{2j} \\ \vdots \\ b_{pj} \end{bmatrix} = a_{i1}\times b_{1j} + a_{i2}\times b_{2j} + \cdots + a_{ip}\times b_{pj}$$

نکته (ماتریس قطری): ماتریس مربعی که تمام درایه‌های غیر از قطر اصلی آن برابر صفر باشند، ماتریس قطری است.

$$\text{ماتریس قطری مرتبه ۳} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$$

ابتدا حاصل‌ضرب ماتریس‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$AB = \begin{bmatrix} 2x-y & 5 \\ x+y & 1 \end{bmatrix}$$
$$BA = \begin{bmatrix} 2x+2 & 2-x \\ 2y-1 & -y-1 \end{bmatrix}$$

پس: $$AB + BA = \begin{bmatrix} 4x-y+2 & 7-x \\ x+3y-1 & -y \end{bmatrix}$$

چون $AB+BA$ ماتریس قطری است، داریم:

$$\begin{cases} ۷-x=۰ \\ x+۳y-۱=۰ \end{cases} \Rightarrow x=۷ \text{ و } y=-۲$$

بنابراین:

$$AB=\begin{bmatrix} ۱۶ & ۵ \\ ۵ & ۱ \end{bmatrix}$$

در نتیجه مجموع درایه‌های ماتریس AB برابر است با:

$$۱۶+۵+۵+۱=۲۷$$

۲۸- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۱، درس۱)

ابتدا ماتریس $A^۲=A\times A$ را محاسبه می‌کنیم:

$$A^۲=\begin{bmatrix} ۳ & ۳ & ۳ \\ ۳ & ۳ & ۳ \\ ۳ & ۳ & ۳ \end{bmatrix}=۳A$$

$$\Rightarrow A^۵=A(A^۴)=A(A^۲)^۲=A(۳A)^۲=۳^۲A(A^۲)=۳^۲A(۳A)=۳^۳A^۲=۳^۴A$$

$$A^۵=۳^۴A \text{ و } A^۶=۳^۵A$$

از طرفی برای ماتریس B داریم:

$$B^۲=k^۲I \text{ و } B^۳=k^۳I$$

از طرفی مجموع درایه‌های A برابر ۹ و مجموع درایه‌های I برابر ۳ است، با توجه به شرط سؤال مجموع درایه‌های $A^۶+B^۲$ و $۳A^۵+B^۳$ با هم برابرند پس:

$$۳^۵\times ۹+۳k^۲=۳\times ۳^۴\times ۹+۳k^۳ \Rightarrow ۳k^۲=۳k^۳$$

$$\Rightarrow k^۲=k^۳ \Rightarrow k^۲(k-۱)=۰ \Rightarrow \begin{cases} k^۲=۰ \Rightarrow k=۰ \\ k-۱=۰ \Rightarrow k=۱ \end{cases}$$

با توجه به شرط $k>۰$، $k=۱$ قابل قبول است.

۲۹- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۳ (فصل ۱، درس۱)

نکته (ضرب ماتریس در ماتریس): اگر A ماتریسی $m\times p$ و B ماتریسی $p\times n$ باشد (تعداد ستون‌های ماتریس A با تعداد سطرهای B برابر باشد)، در این صورت $A_{m\times p}\times B_{p\times n}$ قابل تعریف بوده و اگر فرض کنیم $A_{m\times p}\times B_{p\times n}=C_{m\times n}=[c_{ij}]$ ماتریسی C $m\times n$ بوده که درایهٔ روی سطر iاُم و ستون jاُم در آن یعنی، c_{ij} از ضرب سطر iاُم A در ستون jاُم B به‌دست می‌آید، یعنی:

$$c_{ij}=\text{سطر } i\text{اُم } A\times \text{ستون } j\text{اُم } B$$

$$\Rightarrow c_{ij}=\begin{bmatrix} a_{i۱} & a_{i۲} & \cdots & a_{ip} \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} b_{۱j} \\ b_{۲j} \\ \vdots \\ b_{pj} \end{bmatrix}=a_{i۱}\times b_{۱j}+a_{i۲}\times b_{۲j}+\cdots+a_{ip}\times b_{pj}$$

طبق فرض داریم:

$$A=\begin{bmatrix} ۱ & ۱ & \cdots & ۱ \\ ۲ & ۲ & \cdots & ۲ \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n & n & \cdots & n \end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix} n & n-۱ & \cdots & ۱ \\ n & n-۱ & \cdots & ۱ \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n & n-۱ & \cdots & ۱ \end{bmatrix}$$

بنابراین:

$$AB=\begin{bmatrix} n^۲ & n(n-۱) & \cdots & n \\ ۲n^۲ & ۲n(n-۱) & \cdots & ۲n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n^۳ & n^۲(n-۱) & \cdots & n^۲ \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های سطر اول برابر است با:

$$n^۲+n(n-۱)+\cdots+n=n(۱+۲+\cdots+n)=\frac{n^۲(n+۱)}{۲}$$

مجموع درایه‌های سطر دوم، دو برابر سطر اول و مجموع درایه‌های سطر nاُم، n برابر سطر اول است.

پس مجموع تمام درایه‌های ماتریس AB برابر است با:

$$(۱+۲+\cdots+n)\times\frac{n^۲(n+۱)}{۲}=\frac{n(n+۱)}{۲}\times\frac{n^۲(n+۱)}{۲}=\frac{n^۳(n+۱)^۲}{۴}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۰- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۳ (فصل ۱، درس۱)

نکته (ضرب ماتریس در ماتریس): اگر A ماتریسی $m\times p$ و B ماتریسی $p\times n$ باشد (تعداد ستون‌های ماتریس A با تعداد سطرهای B برابر باشد)، در این صورت $A_{m\times p}\times B_{p\times n}$ قابل تعریف بوده و اگر فرض کنیم $A_{m\times p}\times B_{p\times n}=C_{m\times n}=\left[c_{ij}\right]$ ماتریسی C $m\times n$ بوده که درایهٔ روی سطر iاُم و ستون jاُم در آن یعنی، c_{ij} از ضرب سطر iاُم A در ستون jاُم B به‌دست می‌آید، یعنی:

$$c_{ij}=A\text{ سطر }i\text{ اُم}\times B\text{ ستون }j\text{ اُم}$$

$$\Rightarrow c_{ij}=\begin{bmatrix}a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ip}\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}b_{1j}\\ b_{2j}\\ \vdots\\ b_{pj}\end{bmatrix}=a_{i1}\times b_{1j}+a_{i2}\times b_{2j}+\cdots+a_{ip}\times b_{pj}$$

ابتدا ماتریس A^2 را تشکیل می‌دهیم:

$$A^2=\frac{1}{13}\begin{bmatrix}2 & 3\\ 3 & -2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2 & 3\\ 3 & -2\end{bmatrix}=\frac{1}{13}\begin{bmatrix}13 & 0\\ 0 & 13\end{bmatrix}=I$$

بنابراین:

$$A^{2k}=I\ ,\ A^{2k+1}=A$$

از توان صفر تا توان ۱۴۰۵، تعداد توان‌های زوج و فرد هرکدام ۷۰۳ است. پس:

$$I+A+A^2+\cdots+A^{1405}=703I+703A=703(A+I)$$

۳۱- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * آمار و احتمال (فصل ۱، درس۱)

نکتهٔ ۱: جدول ارزش‌گذاری ترکیب عطفی و فصلی دو گزارهٔ p و q به صورت زیر است:

p	q	$p\wedge q$	$p\vee q$
د	د	د	د
ن	د	ن	د
د	ن	ن	د
ن	ن	ن	ن

نکتهٔ ۲: نقیض گزارهٔ p را به صورت $\sim p$ می‌نویسیم. اگر p دارای ارزش درست باشد، آنگاه $\sim p$ دارای ارزش نادرست است و برعکس.

مطابق فرض سؤال، ارزش گزارهٔ $\sim(p\wedge\sim q)$ نادرست است، پس مطابق نکتهٔ ۲، گزارهٔ $(p\wedge\sim q)$ درست است.

مطابق نکتهٔ ۱، زمانی یک ترکیب عطفی درست است که هر دو گزاره درست باشند، پس p و $\sim q$ درست هستند. بنابراین $\sim p$ و q نادرست هستند. در نتیجه ترکیب عطفی $\sim p$ و q دارای ارزش نادرست و ترکیب فصلی p با $(\sim p\wedge q)$ دارای ارزش درست است. تکمیل‌شدهٔ جدول به صورت زیر است:

p	q	$\sim p\wedge q$	$\sim(p\wedge\sim q)$	$p\vee(\sim p\wedge q)$
د	ن	ن	ن	د

بنابراین ارزش خانه‌های نامشخص از راست به چپ، به صورت درست، نادرست، نادرست و درست است.

۳۲- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۱، درس۱)

نکته: نقیض گزاره‌های سوری به صورت زیر است:

$$\sim(\exists x;P(x))\equiv\forall x;\sim P(x)$$
$$\sim(\forall x;P(x))\equiv\exists x;\sim P(x)$$

نکته: $\sim(p\Rightarrow q)\equiv p\wedge\sim q$ و $\sim(p\wedge q)\equiv\sim p\vee\sim q$ و $\sim(p\vee q)\equiv\sim p\wedge\sim q$

با توجه به نکات، سور وجودی به سور عمومی تبدیل می‌شود و نقیض گزارهٔ داده‌شده به صورت زیر است:

$$\exists x;(x\notin A\Rightarrow(x\notin A\wedge x\in B))\xrightarrow{\text{نقیض}}\forall x;(x\notin A\wedge(x\in A\vee x\notin B))$$

۳۳- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۱، درس۱)

نکتهٔ ۱: در ترکیب شرطی $p\Rightarrow q$ اگر p نادرست باشد، آنگاه ارزش کل گزاره به انتفای مقدم، درست است.

نکتهٔ ۲: در ترکیب شرطی $p\Rightarrow q$ اگر p درست و q نادرست باشد، ارزش کل گزاره نادرست است و در سایر حالت‌ها درست است.

نکتهٔ ۳: ترکیب فصلی $p\vee q$ فقط زمانی نادرست است که هر دو گزارهٔ p و q نادرست باشند و در مابقی حالات، درست است.

نکتهٔ ۴: ترکیب عطفی $p\wedge q$ فقط زمانی درست است که هر دو گزارهٔ p و q درست باشند و در مابقی حالات، نادرست است.

نکتهٔ ۵: ترکیب دو شرطی $p\Leftrightarrow q$ زمانی درست است که دو گزارهٔ p و q هم‌ارزش باشند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

با توجه به نکتهٔ ۱، واضح است که p نادرست است. از طرفی، چون گزارهٔ $p \vee r$ درست است و p نادرست است، به کمک نکتهٔ ۳ نتیجه می‌گیریم که r درست است؛ اما ارزش q نامعلوم است. حال به کمک این اطلاعات و با توجه به نکات ۲ تا ۵، هریک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم؛ گزینهٔ پاسخ باید مستقل از ارزش q، همواره درست باشد:

گزینهٔ ۱:

$$\underbrace{\underbrace{(\underbrace{r}_{\text{د}} \wedge q)}_{q\ (\text{نکتهٔ ۴})} \vee \underbrace{p}_{\text{ن}}}_{q\ (\text{نامعلوم، نکتهٔ ۳})} \quad \times$$

گزینهٔ ۲:

$$\underbrace{\underbrace{(\underbrace{p}_{\text{ن}} \wedge \underbrace{r}_{\text{د}})}_{\text{ن (نکتهٔ ۴)}} \vee \sim q}_{\sim q\ (\text{نامعلوم، نکتهٔ ۳})} \quad \times$$

گزینهٔ ۳:

$$\underbrace{(\underbrace{r}_{\substack{\text{د}\\ q\ (\text{نکتهٔ ۲})}} \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\underbrace{p}_{\substack{\text{ن}\\ q\ (\text{نکتهٔ ۳})}} \vee q)}_{\text{د (نکتهٔ ۵)}} \quad \checkmark$$

گزینهٔ ۴:

$$\underbrace{(\underbrace{r}_{\substack{\text{د}\\ \text{د (نکتهٔ ۳)}}} \wedge \sim \underbrace{p}_{\substack{\text{د}\\ \text{ن (نکتهٔ ۴)}}})}_{\text{ن (نکتهٔ ۲)}} \Rightarrow (\underbrace{p}_{\text{ن}} \wedge \sim q) \quad \times$$

۳۴- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۱)

با در نظر گرفتن تمام حالات ممکن برای رقم یکان a، باقی‌ماندهٔ تقسیم a^2+1 بر ۱۰ را در جدول روبه‌رو داریم:

رقم یکان a	باقی‌ماندهٔ a^2+1 بر ۱۰
۰	۱
۱	۲
۲	۵
۳	۰
۴	۷
۵	۶
۶	۷
۷	۰
۸	۵
۹	۲

پس مجموعهٔ A به صورت روبه‌رو است:

$$A = \{۰,۱,۲,۵,۶,۷\}$$

$n=۱ \Rightarrow ۲^۱-۱=۱$ غیر اول

$n=۲ \Rightarrow ۲^۲-۱=۳$ اول

$n=۵ \Rightarrow ۲^۵-۱=۳۱$ اول

$n=۶ \Rightarrow ۲^۶-۱=۶۳$ مرکب

$n=۷ \Rightarrow ۲^۷-۱=۱۲۷$ اول

به ازای اعداد ۱ و ۶ حکم داده‌شده نقض می‌شود؛ بنابراین دو عضو از مجموعهٔ A مثال نقض این حکم هستند. توجه داریم که صفر عدد طبیعی نیست و نمی‌تواند مثال نقض محسوب شود.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۵- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس۱)

نکته: به مثالی که نشان می‌دهد یک حکم نادرست است، مثال نقض می‌گویند.

گزینه‌ای پاسخ است که هیچ‌کدام از دو ماتریس آن، ماتریس صفر نباشد، ولی حاصل‌ضرب ماتریس اول در ماتریس دوم برابر ماتریس صفر باشد.

تنها گزینه‌ای که هیچ‌یک از ماتریس‌هایش صفر نیست، ولی ضربشان ماتریس صفر می‌شود، گزینهٔ ۴ است.

$$\begin{bmatrix}1 & 2\\ 2 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}4 & -2\\ -2 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\times4+2\times(-2) & 1\times(-2)+2\times1\\ 2\times4+4\times(-2) & 2\times(-2)+4\times1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}$$

۳۶- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس۱)

نکته (اثبات بازگشتی): در اثبات برخی نامساوی‌های ریاضی، ابتدا عبارت را تا حد امکان ساده می‌کنیم تا به یک عبارت همیشه درست برسیم. آنگاه با بازگشت از مسیر طی‌شده به نامساوی اولیه می‌رسیم و از آنجایی که همهٔ عملیات مسیر رفت، بازگشت‌پذیرند، به این نوع اثبات، اثبات بازگشتی می‌گوییم.

طبق نکتهٔ فوق و با توجه به مثبت بودن x^2y^2، داریم:

$$\frac{x^2}{y^2}+\frac{y^2}{x^2}\geq\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\Leftrightarrow\frac{x^4+y^4}{x^2y^2}\geq\frac{x^2+y^2}{xy}\xrightarrow{\times x^2y^2>0}x^4+y^4\geq x^3y+xy^3\Leftrightarrow x^4+y^4-xy^3-x^3y\geq0$$

$$\Leftrightarrow x(x^3-y^3)-y(x^3-y^3)\geq0\Leftrightarrow(x^3-y^3)(x-y)\geq0$$

$$\Leftrightarrow(x-y)(x^2+y^2+xy)(x-y)\geq0\Leftrightarrow\underbrace{(x^2+xy+y^2)}_{+}(x-y)^2\geq0$$

این رابطه همواره برقرار است، زیرا $x^2+xy+y^2>0$ و $(x-y)^2\geq0$ می‌باشد.

۳۷- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس۱)

عبارت را به صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$(3+\sqrt{2})(\alpha-\beta\sqrt{2})=5\Rightarrow3\alpha-3\beta\sqrt{2}+\alpha\sqrt{2}-2\beta=5\Rightarrow\sqrt{2}(\alpha-3\beta)+(3\alpha-2\beta)=5$$

چون α و β اعدادی گویا هستند و سمت راست تساوی نیز عددی گویا است، پس باید ضریب عدد گنگ $\sqrt{2}$ صفر باشد تا سمت چپ هم گویا شود، که در این صورت خواهیم داشت:

$$\begin{cases}\alpha-3\beta=0\\ 3\alpha-2\beta=5\end{cases}\xrightarrow{\text{پس از حل دستگاه}}\begin{cases}\alpha=\frac{15}{7}\\ \beta=\frac{5}{7}\end{cases}\xrightarrow{+}\alpha+\beta=\frac{15}{7}+\frac{5}{7}=\frac{20}{7}$$

۳۸- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس۱)

برای پاسخ به سؤال، کافی است ارزش ادعای اصلی و هر یک از گزینه‌ها را مشخص کنیم.

ارزش ادعای داده‌شده نادرست است، زیرا $x-y$ تنها زمانی فرد است که یکی از x و y فرد و دیگری زوج باشد؛ مربع‌های آن‌ها نیز یکی فرد و دیگری زوج‌اند، پس x^2+y^2 فرد خواهد بود، نه زوج. (مثال نقض $x=2$ و $y=1$ را می‌توان در نظر گرفت که در آن $x-y=1$ و $x^2+y^2=5$ است.)

گزاره‌های داده‌شده در گزینه‌های ۲، ۳ و ۴ درست هستند، اما گزارهٔ گزینه ۱ نادرست است و با مثال نقض زیر رد می‌شود؛ در این‌جا P مجموعهٔ اعداد اول است:

$$a=3,b=4\Rightarrow a+b=7\in P\ ,\ a^2+b^2=25=5^2\notin P$$

اثبات گزینهٔ ۴ نیز به صورت زیر است؛ برای عدد صحیح k داریم:

$$a=2k+1\Rightarrow a^2=(2k+1)^2=4k^2+4k+1$$

همواره حاصل‌ضرب دو عدد صحیح متوالی بر ۲ بخش‌پذیر است، در نتیجه برای عدد صحیح q داریم:

$$a^2=4\underbrace{k(k+1)}_{2q}+1=4(2q)+1=8q+1$$

پس باقی‌ماندهٔ تقسیم مربع هر عدد صحیح فرد بر ۸ برابر ۱ است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۹- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۱)

$$(a-b)^۲=a^۲-b^۲ \Rightarrow a^۲-۲ab+b^۲=a^۲-b^۲ \Rightarrow ۲b^۲-۲ab=۰ \Rightarrow ۲b(b-a)=۰ \Rightarrow \begin{cases} b=۰ \\ b=a \end{cases}$$

اگر $b=۰$ باشد، با توجه به شرط‌های $a+b<۹۰$ و $a<۶۰$، a اعداد صفر تا ۵۹ را می‌تواند اختیار کند. (۶۰ حالت) $(۰,۰),(۱,۰),\ldots,(۵۹,۰)$

اگر $b=a$ باشد، شرط $a+b<۹۰$ به $۲a<۹۰$، یعنی $a<۴۵$ تبدیل می‌شود و شرط $a<۶۰$ نیز برقرار است؛ پس ۴۵ حالت برای زوج مرتب (a,b) وجود دارد. $(۰,۰),(۱,۱),\ldots,(۴۴,۴۴)$

با توجه به اینکه زوج مرتب $(۰,۰)$ دو بار تکرار شده است، تعداد زوج‌های مرتب (a,b) برابر است با:

$$۶۰+۴۵-۱=۱۰۴$$

۴۰- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۱)

برای بررسی گزاره‌ها، از روش‌های برهان خلف و مثال نقض استفاده می‌کنیم.

الف) نادرست است؛ اگر $n=۳$ باشد:

$$n^۲+n=۳^۲+۳=۱۲$$

عدد ۱۲ زوج است، اما $n=۳$ زوج نیست. بنابراین گزاره نادرست است.

ب) درست است؛ می‌خواهیم با برهان خلف ثابت کنیم که اگر $n^۲-۱$ بر ۸ بخش‌پذیر باشد، آنگاه n فرد است. فرض می‌کنیم $n^۲-۱$ بر ۸ بخش‌پذیر باشد، اما n فرد نباشد. پس n زوج است و می‌توان نوشت:

$$n=۲k$$

از طرفی بنا به فرض مسئله، برای عدد صحیح m داریم:

$$n^۲-۱=۸m$$

با جایگذاری $n=۲k$:

$$۴k^۲-۱=۸m \Rightarrow ۴(k^۲-۲m)=۱ \Rightarrow k^۲-۲m=\frac{۱}{۴}$$

این تساوی ناممکن است؛ زیرا طرف چپ عددی صحیح و طرف راست عددی غیرصحیح است. پس فرض زوج بودن n نادرست است و n فرد خواهد بود.

ج) نادرست است؛ اگر $n=۱$ باشد:

$$n^۲+۲=۱^۲+۲=۳$$

عدد ۳ بر ۳ بخش‌پذیر است، اما $n=۱$ بر ۳ بخش‌پذیر نیست. بنابراین گزاره نادرست است.

د) نادرست است؛ اگر $n=۳$ باشد:

$$n^۲+۱=۳^۲+۱=۱۰$$

عدد ۱۰ بر ۵ بخش‌پذیر است، اما $n=۳$ زوج نیست. بنابراین گزاره نادرست است.

ه) درست است؛ می‌خواهیم با برهان خلف ثابت کنیم که اگر $a^۲+b^۲$ فرد باشد، آنگاه $a+b$ فرد است.

فرض می‌کنیم $a^۲+b^۲$ فرد باشد، اما $a+b$ فرد نباشد؛ یعنی زوج باشد. در این صورت دو عدد a و b یا هر دو زوج‌اند یا هر دو فرد.

حالت اول: هر دو زوج باشند:

$$a=۲k \ , \ b=۲m$$

بنابراین:

$$a^۲+b^۲=۴k^۲+۴m^۲=۲\underbrace{(۲k^۲+۲m^۲)}_{q}=۲q$$

پس $a^۲+b^۲$ زوج است که با فرض فرد بودن آن تناقض دارد.

حالت دوم: هر دو فرد باشند:

$$a=۲k+۱ \ , \ b=۲m+۱$$

در نتیجه:

$$a^۲+b^۲=(۲k+۱)^۲+(۲m+۱)^۲=۴k^۲+۴k+۴m^۲+۴m+۲=۲\underbrace{(۲k^۲+۲k+۲m^۲+۲m+۱)}_{q}=۲q$$

پس باز هم $a^۲+b^۲$ زوج است که با فرض مسئله تناقض دارد. بنابراین $a+b$ عددی فرد است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

فیـــزیک

۴۱- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۱)

طول، جریان الکتریکی و مقدار ماده هر سه از کمیت‌های اصلی دستگاه بین‌المللی یکاها هستند.

۴۲- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۱)

هنگام مدل‌سازی یک پدیدهٔ فیزیکی، باید اثرهای جزئی‌تر را نادیده بگیریم؛ نه اثرهای مهم و تعیین‌کننده را. در مثال افتادن برگ پهن و سبک، مقاومت هوا یک اثر مهم و تعیین‌کننده است و اگر آن را نادیده بگیریم، عملاً از توصیف درست این پدیدهٔ فیزیکی ناتوان خواهیم بود. در این صورت برگ با شتاب گرانش زمین سقوط خواهد کرد، درحالی‌که حتی در هوای آرام، مقاومت هوا سقوط واقعی آن را به‌طور چشمگیری کند می‌کند.

۴۳- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۱)

دقت اندازه‌گیری یک وسیلهٔ رقمی برابر با یک واحد از آخرین رقمی است که آن وسیله می‌خواند؛ بنابراین دقت اندازه‌گیری آمپرسنج $۰/۰۰۱\,A$ خواهد بود.

دقت اندازه‌گیری یک وسیلهٔ مدرج، برابر با کمینهٔ درجه‌بندی آن است؛ بنابراین دقت ولت‌سنج $۵\,V$ است.

۴۴- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۱)

$$۴۲\frac{mm^۳}{min}=۴۲\frac{mm^۳}{min}\times\frac{۱\mu m^۳}{۱۰^{-۹}\,mm^۳}\times\frac{۱min}{۶۰s}=۷\times۱۰^۸\frac{\mu m^۳}{s}$$

$$۷\times۱۰^x\frac{\mu m^۳}{s}=۷\times۱۰^۸\frac{\mu m^۳}{s}\Rightarrow x=۸$$

۴۵- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۱)

حجم فلز به کار رفته در استوانهٔ فلزی برابر است با:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow ۹۰۰۰=\frac{۴۸۶}{V}\Rightarrow V=\frac{۴۸۶}{۹۰۰۰}=\frac{۲۷}{۵۰۰}m^۳$$

سطح مقطع استوانه برابر است با:

$$A=\pi(R^۲-r^۲)\Rightarrow A=۳\times(۸^۲-۲^۲)\times۱۰^{-۴}=۱۸\times۱۰^{-۳}\,m^۲$$

$$V=AL\Rightarrow\frac{۲۷}{۵۰۰}=۱۸\times۱۰^{-۳}\times L\Rightarrow L=۳m$$

۴۶- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل ۱)

ابتدا جرم فیلتر را با مشخص بودن چگالی و حجم آن محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases}V_{\text{فیلتر}}=۱۲\times۱۰\times۵=۶۰۰\,cm^۳\\ \rho_{\text{فیلتر}}=۰/۵\frac{g}{cm^۳}\end{cases}\Rightarrow\rho_{\text{فیلتر}}=\frac{m_{\text{فیلتر}}}{V_{\text{فیلتر}}}\Rightarrow ۰/۵=\frac{m_{\text{فیلتر}}}{۶۰۰}\Rightarrow m_{\text{فیلتر}}=۳۰۰g$$

برای اینکه فیلتر با جذب روغن در داخل مخزن روغن فرو رود، چگالی آن باید بیشتر از چگالی روغن باشد:

$$\begin{cases}\rho_{\text{فیلتر+روغن}}>\rho_{\text{روغن}}\Rightarrow\rho_{\text{فیلتر+روغن}}>۰/۸\\ \rho_{\text{فیلتر+روغن}}=\frac{m_{\text{فیلتر}}+m_{\text{روغن}}}{V_{\text{فیلتر}}}=\frac{۳۰۰+m_{\text{روغن}}}{۶۰۰}\end{cases}\Rightarrow\frac{۳۰۰+m_{\text{روغن}}}{۶۰۰}>۰/۸\Rightarrow m_{\text{روغن}}>۱۸۰g$$

۴۷- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۱)

$$V_{\text{حفره}}=V_{\text{مایع}}=\frac{m_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{مایع}}}=\frac{۳۶۰}{۱/۸}=۲۰۰\,cm^۳$$

$$V_{\text{مکعب‌مستطیل}}=۱۶\times۱۰\times۵=۸۰۰\,cm^۳\Rightarrow V_{\text{فلز}}=۸۰۰-۲۰۰=۶۰۰\,cm^۳$$

$$\frac{m_{\text{فلز}}+m_{\text{مایع}}}{m_{\text{فلز}}}=\frac{۱۱۵}{۱۰۰}\Rightarrow\frac{m_{\text{فلز}}+۳۶۰}{m_{\text{فلز}}}=۱/۱۵\Rightarrow m_{\text{فلز}}=۲۴۰۰g$$

$$\rho_{\text{فلز}}=\frac{m_{\text{فلز}}}{V_{\text{فلز}}}=\frac{۲۴۰۰}{۶۰۰}=۴\frac{g}{cm^۳}=۴۰۰۰\frac{kg}{m^۳}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۴۸- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۲)

سرد کردن آب با حفظ حالت مایع باعث افزایش نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آن می‌شود؛ افزودن مایع شوینده در دمای ثابت نیز باعث کاهش نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب در سطح آن شده و نتیجهٔ آن کاهش کشش سطحی است.

۴۹- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

$$P_۲ = P_۱ + \rho gh \Rightarrow \Delta P = \rho gh \Rightarrow ۱۸۵\times۱۰^۳ - ۱۴۷\times۱۰^۳ = ۱۰۰۰\times۱۰\times h \Rightarrow ۳۸\times۱۰^۳ = ۱۰h\times۱۰^۳ \Rightarrow ۳۸ = ۱۰h$$

$$\Rightarrow h = ۳/۸\,m$$

۵۰- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

ابتدا باید ارتفاع آب در ظرف را پس از بیرون کشیدن آب محاسبه کنیم.

حجم بخش پهن ظرف : $V = A\times h = ۳۰\times۶۰ = ۱۸۰۰\,cm^۳$

حجم آب باقی‌مانده در بخش باریک : $V' = (۲۴۰۰-۳۰۰) - ۱۸۰۰ = ۲۱۰۰ - ۱۸۰۰ = ۳۰۰\,cm^۳$

$$h_{\text{بخش باریک}} = \frac{V'}{A} = \frac{۳۰۰\,cm^۳}{۱۰\,cm^۲} = ۳۰\,cm$$

$$h_{\text{کل}} = ۶۰\,cm + ۳۰\,cm = ۹۰\,cm = ۰/۹\,m$$

$$P - P_۰ = \rho gh_{\text{کل}} = ۱۰۰۰\times۱۰\times۰/۹ = ۹\times۱۰^۳\,Pa = ۹\,kPa$$

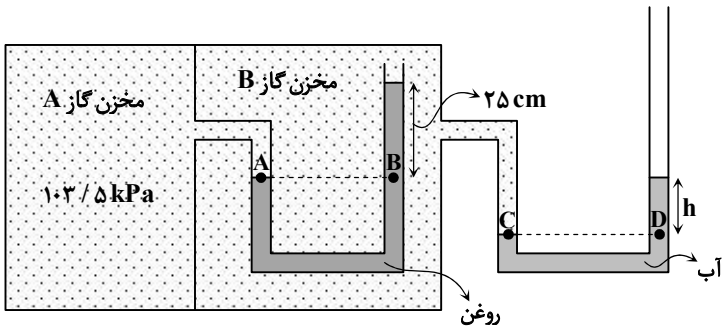
۵۱- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

فشار هوای زیر درپوش، پیش از جدا شدن آن، حداکثر می‌تواند برابر با مجموع فشار هوای بیرون و فشار ناشی از وزن درپوش $(\frac{mg}{A})$ باشد.

$$P_{\text{زیر درپوش}} = \frac{mg}{A} + P_{\text{بیرون}} \Rightarrow P = \frac{۱۲۰۰\times۱۰^{-۳}\times۱۰}{۳۰\times۱۰^{-۶}} + ۱۰^۵ = ۵\times۱۰^۵\,Pa = ۵\,atm$$

۵۲- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل ۲)

فشار در نقاط هم‌تراز A و B که درون روغن قرار دارند، یکسان است:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_{A\,\text{مخزن}} = P_{B\,\text{مخزن}} + (\rho gh)_{\text{روغن}} \quad \text{رابطهٔ (۱)}$$

فشار در نقاط هم‌تراز C و D که درون آب قرار دارند، یکسان است:

$$P_C = P_D \Rightarrow P_{B\,\text{مخزن}} = P_۰ + (\rho gh)_{\text{آب}} \quad \text{رابطهٔ (۲)}$$

از ترکیب روابط (۱) و (۲) داریم:

$$P_{A\,\text{مخزن}} = P_۰ + (\rho gh)_{\text{آب}} + (\rho gh)_{\text{روغن}} \Rightarrow ۱۰۳/۵\times۱۰^۳ = ۱۰۰\times۱۰^۳ + (۱۰۰۰\times۱۰\times h) + (۸۰۰\times۱۰\times۰/۲۵)$$

$$\Rightarrow (۱۰۳/۵ - ۱۰۰ - ۲)\times۱۰^۳ = ۱۰\times۱۰^۳ h \Rightarrow h = \frac{۱/۵}{۱۰} = ۰/۱۵\,m = ۱۵\,cm$$

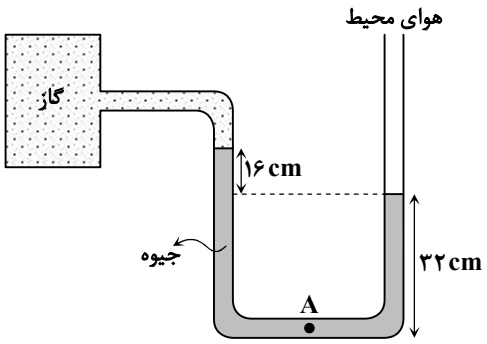
۵۳- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

عمق استخر برای شناگر پایین‌تر $۱/۵ + ۲/۵ = ۴\,m$ است. با توجه به رابطهٔ محاسبهٔ فشار داریم:

$$P = P_۰ + \rho gh = ۱۰^۵ + ۱۰۰۰\times۱۰\times h = ۱۰^۴(۱۰+h) \Rightarrow \frac{P_۲}{P_۱} = \frac{۱۰+۴}{۱۰+۱/۵} = \frac{۱۴}{۱۱/۵} = \frac{۱۴۰}{۱۱۵} = \frac{۲۸}{۲۳}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۴- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)



با باز شدن شیر S، چون فشار پیمانه‌ای گاز درون مخزن برابر $-۱۶\,cmHg = ۶۰ - ۷۶$ و ضمناً درون لولهٔ U شکل جیوه است، باید اختلاف ارتفاع جیوه در دو شاخهٔ لوله برابر $۱۶\,cm$ شود. از این رو، با برابر بودن سطح مقطع دو شاخه، جیوه در شاخهٔ سمت چپ $۸\,cm$ بالا آمده و در شاخهٔ سمت راست $۸\,cm$ پایین می‌رود. به این ترتیب نقطهٔ A در عمق $۳۲\,cm = ۸ - ۴۰$ از سطح آزاد جیوه در شاخهٔ سمت راست قرار دارد و فشار در آن نقطه برابر است با:

$$P_A = P_\circ + \rho gh = ۷۶ + ۳۲ = ۱۰۸\,cmHg$$

۵۵- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

اگر لوله به‌اندازهٔ کافی بلند بود، جیوه تا ارتفاع ۷۰ سانتی‌متر بالاتر از سطح آزاد مایع درون مخزن بالا می‌رفت؛ حالا نسبت به سطح آزاد مخزن، $۴۵\,cm = ۱۵ - ۶۰$ بالا رفته و این، $۲۵\,cm$ کمتر از حداکثر ارتفاعی است که جیوه می‌تواند بالا برود؛ پس فشار جیوه در انتهای لوله $۲۵\,cmHg$ است:

$$P = ۷۰ - ۴۵ = ۲۵\,cmHg$$

تبدیل cmHg به پاسکال:

$$P = P_{Hg} g h_{Hg} = ۱۳/۶ \times ۱۰^۳ \times ۱۰ \times ۰/۲۵ = ۳۴۰۰۰\,Pa$$

حالا نیروی وارد بر انتهای لوله را حساب می‌کنیم:

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow F = PA = ۳۴۰۰۰ \times (۶ \times ۱۰^{-۴}) = ۲۰/۴\,N$$

۵۶- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

تندی مایع در قسمت B که قطر مقطع کمتری دارد بیشتر است؛ بنابراین اگر تندی مایع در قسمت B برابر v باشد، تندی مایع در قسمت A برابر $v - ۱/۶$ است. طبق معادلهٔ پیوستگی داریم:

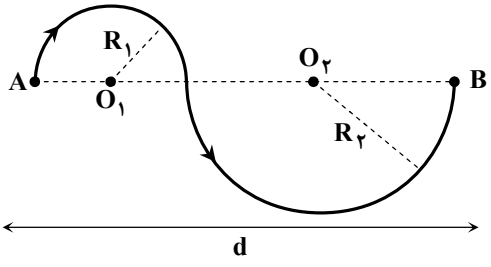
$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{A_B}{A_A} = (\frac{D_B}{D_A})^۲ \Rightarrow \frac{v - ۱/۶}{v} = (\frac{۱}{۳})^۲ \Rightarrow \frac{v - ۱/۶}{v} = \frac{۱}{۹} \Rightarrow ۸v = ۱۴/۴ \Rightarrow v = ۱/۸\frac{m}{s}$$

چون تندی مایع در قسمت A کمتر از B است، طبق اصل برنولی فشار در این قسمت بیشتر است.

۵۷- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

مسافت پیموده‌شده توسط ذره برابر با محیط نیم‌دایره‌ها است:

$$\ell = \pi R_۱ + \pi R_۲ = \pi r + (\pi \times ۲r) = ۳\pi r$$



جابه‌جایی ذره از A تا B برابر با طول پاره‌خطی است که نقطهٔ A را به نقطهٔ B وصل می‌کند که با توجه به شکل داده‌شده، برابر با مجموع قطرهای دایره‌هاست:

$$d = ۲R_۱ + ۲R_۲ = ۲r + ۲(۲r) = ۶r$$

نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{\ell}{d} = \frac{۳\pi r}{۶r} = \frac{\pi}{۲}$$

۵۸- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-۳۴ - ۱۶}{۷ - ۲} = \frac{-۵۰}{۵} = -۱۰\frac{m}{s}$$

چون سرعت منفی است، برای آنکه از نقطهٔ شروع ۶۰ متر فاصله بگیرد، باید $\Delta x = -۶۰\,m$ شود.

$$\Delta x = v_\circ \Delta t \Rightarrow -۶۰ = -۱۰\Delta t \Rightarrow \Delta t = ۶\,s$$

یعنی باید ۶ ثانیه از لحظهٔ $t = ۰$ بگذرد.

۵۹- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۱)

جهت (علامت) سرعت دو بار، یک‌بار در لحظهٔ $t_۲$ و بار دیگر در لحظهٔ $t_۴$ تغییر می‌کند. ولی جهت شتاب فقط یک‌بار در لحظهٔ $t_۳$ از منفی به مثبت تغییر می‌کند (شیب خط مماس بر نمودار $(v - t)$). البته در لحظهٔ $t_۱$ شتاب متحرک صفر می‌شود، اما در این لحظه جهت شتاب تغییر نمی‌کند.

۶۰- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

در حرکت یکنواخت بر خط راست، سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط برابر است.

$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{-۱۸-۷۸}{۱۱-۳} = \frac{-۹۶}{۸} = -۱۲\frac{m}{s}$$

$$x = vt + x_{\circ} \Rightarrow ۷۸ = -۱۲\times ۳ + x_{\circ} \Rightarrow x_{\circ} = ۱۱۴\,m$$

$$x_{۴} = -۱۲\times ۱۵ + ۱۱۴ = -۶۶\,m$$

$$۳۰ = -۱۲t_{۲} + ۱۱۴ \Rightarrow t_{۲} = ۷\,s$$

۶۱- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

حرکت بر مسیر مستقیم نیست، پس مسافت طی‌شده با بزرگی جابه‌جایی برابر نمی‌شود. (رد گزینهٔ ۱)

بردار سرعت در هر لحظه مماس بر مسیر حرکت است، پس سرعت لحظه‌ای همواره تغییر می‌کند و حرکت شتاب‌دار است (رد گزینهٔ ۴). اما سرعت در ابتدا و انتهای یک دور کامل برابر است؛ بنابراین شتاب متوسط صفر است (درستی گزینهٔ ۲).

وقتی خودرو یک دور کامل می‌زند، جابه‌جایی صفر است و سرعت متوسط هم صفر می‌شود، اما سرعت و همچنین تندی لحظه‌ای صفر نیست (رد گزینهٔ ۳).

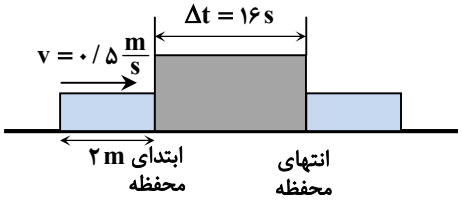
۶۲- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

طول مسیر از نقطهٔ شروع تا انتهای آن را L در نظر می‌گیریم:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{۲L}{\frac{\frac{۱}{۴}L}{۲۰} + \frac{\frac{۳}{۴}L}{۳۰} + \frac{L}{۴۰}} = \frac{۲}{\frac{۱}{۸۰} + \frac{۱}{۴۰} + \frac{۱}{۴۰}} = \frac{۲}{\frac{۱+۲+۲}{۸۰}} = \frac{۲\times ۸۰}{۵} = ۳۲\frac{m}{s}$$

توجه کنید جابه‌جایی در کل این مدت صفر است، پس سرعت متوسط هم صفر است اما تندی متوسط صفر نیست.

۶۳- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)



$$\Delta x = v\cdot\Delta t \Rightarrow \text{طول محفظه} + \text{طول ورقه}$$
$$= ۰/۵\times ۱۶ \Rightarrow ۲ + \ell = ۸ \Rightarrow \ell = ۶\,m$$

۶۴- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

مبدأ مکان یعنی $x = ۰$ و فاصلهٔ متحرک از مبدأ مکان یعنی $|x|$:

$$|x_A| = ۶۰ \Rightarrow |۲۴t - ۱۲| = ۶۰ \Rightarrow ۲۴t - ۱۲ = ۶۰ \Rightarrow t = ۳\,s$$

نقطهٔ شروع حرکت متحرک A یعنی $x = x_{\circ}$:

$$x_B = -۱۲\,m \Rightarrow ۲t^{۲} - ۱۴t = -۱۲ \Rightarrow t^{۲} - ۷t + ۶ = ۰ \Rightarrow t = ۱\,s, t = ۶\,s$$

جواب $t = ۱\,s$ موردنظر نیست، چون زمان موردنظر باید بیشتر از $t = ۳\,s$ باشد، پس $t = ۶\,s$ برای نخستین عبور بعدی قابل قبول است. در مورد متحرک A توجه کنید که یک حرکت با سرعت ثابت بر خط راست است، پس مسافت طی‌شده با بزرگی جابه‌جایی برابر است.

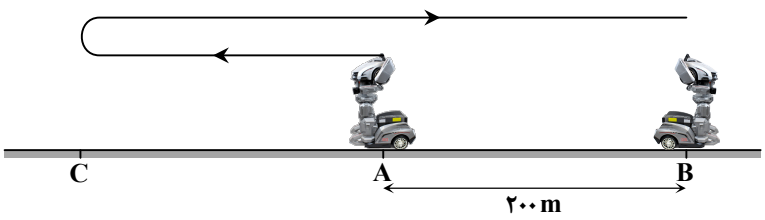
$$\Delta x = v\cdot\Delta t = ۲۴\times(۶-۳) = ۷۲\,m \Rightarrow l = ۷۲\,m$$

۶۵- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

$$\begin{cases} s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \\ v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \end{cases} \xrightarrow{s_{av} = ۴v_{av}} \ell = ۴|\Delta x|$$

مسافت طی‌شده ۴ برابر اندازهٔ جابه‌جایی و $AB = ۲۰۰\,m$ است. با توجه به اینکه ربات تنها یک‌بار تغییر جهت داشته است، یکی از دو اتفاق زیر رخ داده است:

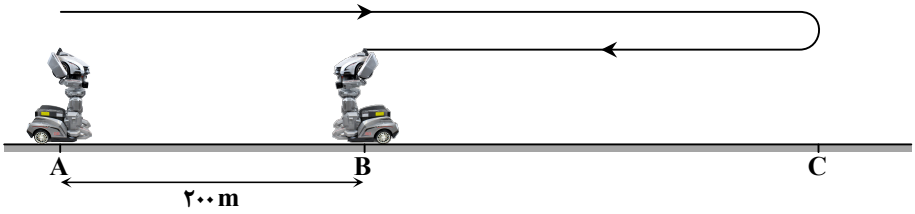
حالت اول:



$$۲AC + AB = ۴AB \Rightarrow ۲AC = ۳AB \Rightarrow AC = \frac{۳}{۲}AB = ۳۰۰\,m$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

حالت دوم:



$$AB+2BC=4AB \Rightarrow 2BC=3AB \Rightarrow BC=\frac{3}{2}AB=300\,m$$

$$\Rightarrow AC=200+300=500\,m$$

۶۶- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

با توجه به نمودار داده‌شده، کمیت‌های مورد نظر را بررسی می‌کنیم.

تندی متوسط واگن در بازهٔ $t=2s$ تا $t=12s$ برابر است با:

$$\ell=|x_8-x_2|+|x_{12}-x_8|=|10+4|+|-6-10|=30\,m$$

$$s_{av}(2s,12s)=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{30}{12-2}=3\frac{m}{s}$$

قدرمطلق شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان در لحظهٔ $t=4s$ برابر تندی واگن در این لحظه است، بنابراین:

$$v(t=4s)=\left|\frac{0-(-10)}{5-0}\right|=2\frac{m}{s}$$

و در پایان خواستهٔ سؤال را محاسبه می‌کنیم:

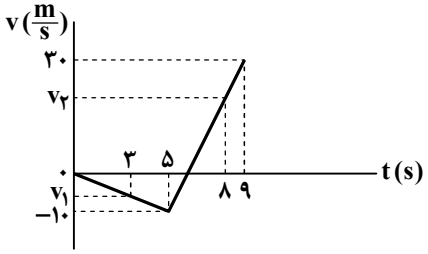
$$\frac{s_{av}(2s,12s)}{v(t=4s)}=\frac{3}{2}$$

۶۷- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \frac{v_{av(4s,7s)}}{v_{av(3s,4s)}}=\frac{\frac{x(7)-x(4)}{7-4}}{\frac{x(4)-x(3)}{4-3}}=\frac{\frac{(3\times7^3-13\times7^2)-(3\times4^3-13\times4^2)}{3}}{\frac{(3\times4^3-13\times4^2)-(3\times3^3-13\times3^2)}{1}}=\frac{408}{60}=\frac{34}{5}$$

۶۸- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

با توجه به اینکه شیب نمودار سرعت- زمان در بازهٔ زمانی $t=0$ تا $t=5s$ ثابت است، داریم:



$$(t=5s \text{ تا } t=0 \text{ شیب خط}) = \frac{-10-0}{5-0}=-2$$

$$-2=\frac{v_1-0}{3-0} \Rightarrow v_1=-6\frac{m}{s}$$

به‌طور مشابه شیب نمودار سرعت- زمان در بازهٔ زمانی $t=5s$ تا $t=9s$ ثابت است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$(t=9s \text{ تا } t=5s \text{ شیب خط}) = \frac{30-(-10)}{9-5}=\frac{40}{4}=10$$

$$10=\frac{30-v_2}{9-8} \Rightarrow v_1=20\frac{m}{s}$$

سرعت متحرک در لحظه‌های $t_1=3s$ و $t_2=8s$ به‌ترتیب برابر با $v_1=-6\frac{m}{s}$ و $v_2=20\frac{m}{s}$ است؛ بنابراین شتاب متوسط آن در این بازهٔ زمانی برابر است با:

$$a_{av}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}=\frac{20-(-6)}{8-3}=\frac{26}{5}=5/2\frac{m}{s^2}$$

۶۹- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۱)

$$\left.\begin{matrix}x=vt+x_0\\ x_0=60\,m\end{matrix}\right\} \Rightarrow -30=18v+60 \Rightarrow 18v=-90 \Rightarrow v=-5\frac{m}{s}$$

با توجه به کاهش مکان از $60m$، فاصلهٔ $150m$ از مبدأ در مکان $x=-150m$ حاصل می‌شود:

$$x=-5t+60 \Rightarrow -150=-5t+60 \Rightarrow t=\frac{210}{5}=42s$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۰- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

لحظهٔ تغییر علامت سرعت یا تغییر جهت حرکت که در بازهٔ $(2s,6s)$ قرار دارد، $t = 4s$ است.

$$v = 6t^2 - 30t + 24 = 0 \Rightarrow 6(t-1)(t-4) = 0 \Rightarrow t = 4s\,,\, t = 1s$$

$$x = 2t^3 - 15t^2 + 24t + 6 \Rightarrow x_{(2)} = 16 - 60 + 48 + 6 = 10m\ ,\ x_{(4)} = 128 - 240 + 96 + 6 = -10m$$

$$, x_{(6)} = 432 - 540 + 144 + 6 = 42m$$

$$\ell = |x_{(4)} - x_{(2)}| + |x_{(6)} - x_{(4)}| = 20 + 52 = 72m$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{72}{4} = 18\frac{m}{s}$$

۷۱- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

$$\left.\begin{matrix} AC = 5L = v_1 \times \Delta t \\ BC = 2L = v_2 \times \Delta t \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{5L}{2L} = \frac{v_1 \Delta t}{v_2 \Delta t} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{5}{2}$$

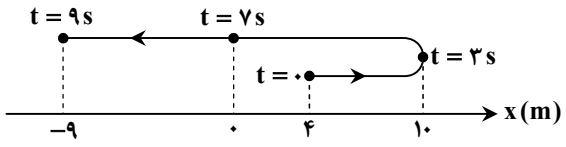
$$\left.\begin{matrix} CD = 2L = v_1 \times 4 \\ CD = 2L = v_2 \times \Delta t' \end{matrix}\right\} \Rightarrow v_2 \times \Delta t' = 4v_1 = 10v_2 \Rightarrow \Delta t' = 10h$$

اختلاف زمانی عبور دو خودرو از نقطهٔ D : $\Delta t'' = 10 - 4 = 6h$

۷۲- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

بررسی گزاره‌ها:

الف) درست؛ اگر مسیر حرکت متحرک را روی محور x رسم کنیم، درمی‌یابیم که متحرک در دو بازهٔ زمانی صفر تا $3s$ و $7s$ تا $9s$ در حال دور شدن از مبدأ مکان است. مسافت و سپس تندی متوسط مجموع این دو بازه را به‌دست می‌آوریم:



$$\ell = |10 - 4| + |-9 - 0| = 15m$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{15}{3+2} = 3\frac{m}{s}$$

ب) نادرست؛ متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا $7s$ در ناحیهٔ مثبت محور x حرکت می‌کند و مسافت طی‌شده توسط آن در این مدت، برابر $\ell = |10 - 4| + |0 - 10| = 16m$ است، پس تندی متوسط متحرک در این بازه برابر است با:

$$s_{av\,(0,7s)} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{16}{7}\frac{m}{s}$$

این متحرک در بازهٔ زمانی $7s$ تا $9s$ در ناحیهٔ منفی محور x حرکت می‌کند، در نتیجه بزرگی سرعت متوسط آن در این بازه برابر است با:

$$|v_{av\,(7s,9s)}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{9}{2} = 4/5\frac{m}{s}$$

بنابراین داریم:

$$|v_{av\,(7s,9s)}| > s_{av(0,7s)}$$

پ) نادرست؛ متحرک در بازهٔ زمانی $3s$ تا $9s$ در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند. سرعت متوسط آن در این بازه برابر است با:

$$v_{av(3s,9s)} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-9-10}{9-3} = \frac{-19}{6}\frac{m}{s}$$

ت) نادرست؛ تندی متوسط از شروع حرکت تا لحظهٔ تغییر جهت $(t = 3s)$ برابر است با:

$$s_{av(0,3s)} = \frac{\ell_{(0,3s)}}{\Delta t} = \frac{10-4}{3-0} = 2\frac{m}{s}$$

تندی متوسط هنگامی که متحرک به مبدأ مکان نزدیک می‌شود (بازهٔ زمانی $3s$ تا $7s$) برابر است با:

$$s_{av\,(3s,7s)} = \frac{\ell_{(3s,7s)}}{\Delta t} = \frac{|0-10|}{7-3} = 2/5\frac{m}{s}$$

بنابراین داریم:

$$s_{av(3s,7s)} > s_{av(0,3s)}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۷۳- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

هر دو خودرو با سرعت ثابت حرکت می‌کنند:

$$v_A = \frac{\Delta x_A}{\Delta t_A} = \frac{0 - 300}{20 - 0} = -15 \frac{m}{s}$$

$$v_B = \frac{\Delta x_B}{\Delta t_B} = \frac{0 - (-200)}{40 - 0} = 5 \frac{m}{s}$$

$$x = vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_A = -15t + 300 \\ x_B = 5t - 200 \end{cases}$$

مکان رسیدن دو خودرو به هم را محاسبه می‌کنیم:

$$x_A = x_B \Rightarrow -15t + 300 = 5t - 200 \Rightarrow 20t = 500 \Rightarrow t = 25s$$

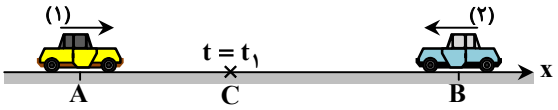
$$\Rightarrow x_A = x_B = -15(25) + 300 = -75m$$

نقطهٔ شروع حرکت خودروی A، $x_{0A} = +300m$ است که نقطهٔ $x = -75m$ از آن به اندازهٔ ۳۷۵ متر فاصله دارد.

$$d = x_{0A} - x = 300 - (-75) = 375m$$

۷۴- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

دو اتومبیل پس از گذشت t_1 ثانیه از کنار هم عبور می‌کنند، یعنی هر دو اتومبیل در مدت‌زمان t_1، مسافت کلِ AB را طی می‌کنند. اگر نقطهٔ عبور دو اتومبیل از کنار یکدیگر را C بنامیم، داریم:



$$\begin{cases} AC = vt_1 & \text{رابطهٔ (۱)} \\ BC = 5vt_1 & \text{رابطهٔ (۲)} \end{cases}$$

حال مدت‌زمانی که طول می‌کشد تا اتومبیل (۱) از نقطهٔ C به نقطهٔ B برسد را به‌دست می‌آوریم:

$$BC = vt' \xrightarrow{\text{رابطهٔ (۲)}} 5vt_1 = vt' \Rightarrow t' = 5t_1$$

بنابراین لحظهٔ $t = t_2$ برابر است با:

$$t_2 = t_1 + t' = t_1 + 5t_1 = 6t_1$$

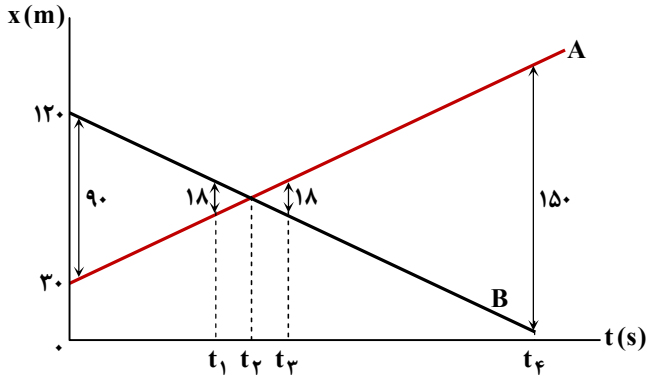
نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{6t_1}{t_1} = 6$$

۷۵- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

راه‌حل اول:

با توجه به شکل، در لحظه‌های t_1 و t_3 فاصلهٔ دو خودرو برابر ۱۸ متر است و لحظهٔ t_2 وسط این بازه است؛ پس:



$$t_3 - t_1 = 6s \Rightarrow t_3 - t_2 = t_2 - t_1 = 3s$$

تشابه مثلث‌ها:

$$\begin{cases} \frac{18}{90} = \frac{t_2 - t_1}{t_2 - 0} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{3}{t_2} \Rightarrow t_2 = 15s \\ \frac{t_3 - t_2}{t_4 - t_2} = \frac{18}{150} \Rightarrow \frac{3}{t_4 - 15} = \frac{3}{25} \Rightarrow t_4 = 40s \end{cases}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

راه‌حل دوم:

$$x = vt + x_{\circ} \Rightarrow \begin{cases} x_A = v_A t + ۳۰ \\ x_B = v_B t + ۱۲۰ \end{cases}$$

در لحظهٔ $t_۱$ داریم:

$$x_B - x_A = ۱۸ \Rightarrow (v_B t_۱ + ۱۲۰) - (v_A t_۱ + ۳۰) = ۱۸ \Rightarrow (v_B - v_A)t_۱ = -۷۲ \Rightarrow (v_A - v_B)t_۱ = ۷۲ \quad \text{رابطهٔ (۱)}$$

در لحظهٔ $t_۳$ داریم:

$$x_A - x_B = ۱۸ \Rightarrow \left[v_A(t_۱ + ۶) + ۳۰\right] - \left[v_B(t_۱ + ۶) + ۱۲۰\right] = ۱۸ \Rightarrow (v_A - v_B)(t_۱ + ۶) = ۱۰۸ \quad \text{رابطهٔ (۲)}$$

$$\xrightarrow{\text{تفریق دو رابطهٔ (۱) و (۲)}} (v_A - v_B) \times ۶ = ۳۶ \Rightarrow v_A - v_B = \frac{۳۶}{۶} = ۶\frac{m}{s}$$

در ابتدا خودروی B، ۹۰ متر جلوتر است و با گذشت زمان فاصلهٔ بین آن‌ها کمتر می‌شود تا جایی که خودروی A جلو بیفتد.

$$x_A - x_B = ۱۵۰ \Rightarrow (v_A - v_B)t + (۳۰ - ۱۲۰) = ۱۵۰ \Rightarrow ۶t = ۲۴۰ \Rightarrow t = ۴۰s$$

شیـــــــمی

۷۶- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۱)

در سیر تکاملی کیهان، عناصر سبک‌تر پیش از عناصر سنگین‌تر پدید آمده‌اند؛ بنابراین عنصری مانند آهن پیش از طلا پا به عرصهٔ هستی گذاشته است.

۷۷- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۱)

در فرایند غنی‌سازی ایزوتوپی اورانیم، فراوانی نسبی ایزوتوپ ^{۲۳۵}U در مخلوط ایزوتوپ‌های آن افزایش می‌یابد و شمار نوترون‌های هستهٔ هر اتم این ایزوتوپ بدون تغییر باقی می‌ماند.

۷۸- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

هر مول اتم $^{۱۶}_{۸}O$، ۸ مول نوترون و هر مول اتم $^{۱۷}_{۸}O$، ۹ مول نوترون دارد. همچنین مولکول گاز اکسیژن ۲ اتمی و مولکول گاز اوزون ۳ اتمی است؛ بنابراین، اگر مقدار گاز اوزون را x مول بگیریم:

$$\frac{\text{تعداد نوترون‌ها در ۳ مول گاز اکسیژن}}{\text{تعداد نوترون‌ها در مول گاز اوزون}} = \frac{۳ \times ۲ \times ۸}{x \times ۳ \times ۹} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow x = \frac{۸}{۳} \text{ مول}$$

۷۹- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۱)

نهمین عنصر جدول ($_{۹}F$) در گروه ۱۷ قرار دارد و عناصر گروه ۱۷ فقط آنیون یک‌بار منفی دارند، پس گزینه‌های ۱ و ۳ رد می‌شوند. فقط عنصر توصیفی گزینه ۴ در گروه هفدهم قرار داشته و خواصی مشابهی با فلوئور دارد.

$$^{۷۹}X^{-} \Rightarrow n - Z = \frac{e}{۴} \Rightarrow n = Z + \frac{e}{۴}$$

$$۷۹ - Z = Z + \frac{e}{۴} \Rightarrow ۷۹ - Z = Z + \frac{۱}{۴}(Z + ۱) \Rightarrow Z = ۳۵ \Rightarrow {}_{۳۵}Br \Rightarrow \text{دورهٔ ۴- گروه هفدهم}$$

۸۰- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۱)

عنصر X با $_{۱۱}Na$ هم‌دوره است و در دوره سوم جدول قرار دارد. همچنین این عنصر هم‌گروه $_{۳۴}Se$ بوده و در گروه شانزدهم جدول جای گرفته است.

عنصری با این مشخصات تنها می‌تواند $_{۱۶}S$ باشد.

۸۱- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

فقط عبارت اول، صورت سؤال را به‌درستی تکمیل می‌کند.

بررسی سایر عبارت‌ها:

عبارت دوم: عناصر یک گروه خواص شیمیایی مشابهی دارند نه یک دوره.

عبارت سوم: برخلاف شمار پروتون‌ها که در هر دوره به‌طور منظم یک واحد افزایش می‌یابد، تغییر شمار نوترون‌ها از چنین نظمی پیروی نمی‌کند. برای مثال با حرکت از اکسیژن ($^{۱۶}_{۸}O$) با ۸ نوترون به عنصر بعدی یعنی فلوئور ($^{۱۹}_{۹}F$) با ۱۰ نوترون، شمار نوترون‌ها دو واحد افزایش می‌یابد.

عبارت چهارم: تعداد عناصر موجود در دوره‌های چهارم و پنجم برابر تعداد گروه‌های جدول تناوبی و برابر ۱۸ می‌باشد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۲- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

اگر درصد فراوانی ایزوتوپ سبک‌تر (^{35}Cl) و ایزوتوپ سنگین‌تر (^{37}Cl) را به‌ترتیب F_1 و F_2 در نظر بگیریم، آنگاه:

$$\bar{M}=\frac{M_1F_1+M_2F_2}{F_1+F_2}=\frac{35F_1+37(100-F_1)}{100}=36/2\,amu$$

$$3700-2F_1=3620 \Rightarrow F_1=\%40\ ,\ F_2=\%60$$

پس نسبت تعداد اتم‌های ایزوتوپ سبک‌تر به سنگین‌تر برابر است با:

$$\frac{N_{35}}{N_{37}}=\frac{F_1}{F_2}=\frac{40}{60}=\frac{2}{3}$$

۸۳- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

موارد «الف» و «ت»، درست هستند.

الف) ۱۲ گرم هلیم (^4_2He) معادل ۳ مول هلیم و ۴۸ گرم اکسیژن ($^{16}_8O$) نیز معادل ۳ مول اکسیژن است که تعداد اتم‌های آن‌ها با یکدیگر برابر است.

ت) ۲ گرم هلیم معادل ۰/۵ مول هلیم است که تعداد اتم‌های آن با ۱ مول اکسیژن برابر نیست.

بررسی موارد نادرست:

ب) مسلماً تعداد اتم‌ها در ۳ مول ^4_2He با تعداد اتم‌ها در ۳ مول $^{16}_8O$ برابر است؛ پس با شرط یکسان بودن تعداد اتم‌ها، مقدار نمونهٔ اکسیژن باید ۳ مول باشد و فعل «نیست» نادرست است.

پ) ۱۶ گرم اکسیژن معادل ۱ مول از این عنصر است که تعداد اتم‌های آن با ۰/۵ مول هلیم برابر نمی‌باشد.

۸۴- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

هر واحد KNO_3 شامل ۲ یون است:

$$mol\,KNO_3=\frac{x\,g}{101} \Rightarrow mol\ \text{یون‌ها}=\frac{x}{101}\times2 \Rightarrow \text{شمار یون‌ها}=\frac{x}{101}\times2\times N_A$$

هر واحد Al_2O_3 شامل ۳ یون اکسید است:

$$mol\,Al_2O_3=\frac{12/24}{102}=0/12 \Rightarrow mol\,O^{2-}=0/12\times3=0/36 \Rightarrow \text{شمار یون‌های}\ O^{2-}=0/36\times N_A$$

$$\frac{x}{101}\times2\times N_A=0/36\times N_A \Rightarrow x=101\times0/18=18/18\,g$$

۸۵- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

در اتم برانگیختهٔ هیدروژن هرچه بازگشت الکترون به لایهٔ دوم ($n=2$) از لایهٔ بالاتری باشد، انرژی آزادشده بیشتر و طول موج آن کوتاه‌تر است. از آنجایی که پرتو با طول موج کوتاه‌تر، بیشترین و پرتو با طول موج بلندتر، کمترین انحراف را هنگام عبور از منشور تجربه می‌کند؛ دو انتقال $n_4\to n_2$ و $n_6\to n_2$ به‌درستی مشخص شده‌اند.

۸۶- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

فقط عبارت‌های «الف» و «ت» نادرست هستند.

الف) نور نشرشده از شعلهٔ سدیم کلرید، تنها بخش محدودی از گسترهٔ طیف مرئی را در برمی‌گیرد و برخلاف نور خورشید، طیف پیوسته ندارد.

ت) احتمال حضور الکترون هر لایه در بیرون از محدوده‌ای که بیشتر وقت خود را در آن می‌گذراند، صفر نیست. الکترون در هر لایه‌ای که باشد در همهٔ نقاط پیرامون هسته حضور می‌یابد اما در محدودهٔ یادشده احتمال حضور بیشتری دارد.

۸۷- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

عبارت‌های «ب» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) در سه لایهٔ الکترونی نخست، فقط زیرلایهٔ $3d$ دارای $l=2$ می‌باشد.

پ) ظرفیت پذیرش الکترون طبق رابطهٔ $2n^2$ برای لایهٔ چهارم ($n=4$) برابر ۳۲ و برای لایهٔ سوم ($n=3$) برابر ۱۸ است؛ در نتیجه ظرفیت لایهٔ چهارم ۱۶/۹ لایهٔ سوم است.

۸۸- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

عبارت‌های «الف»، «ب» و «پ» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

ت) در بازگشت دومرحله‌ای الکترون اتم هیدروژن مطابق $n=5\to n=4\to n=3$، طول موج نور نشرشده در مرحلهٔ نخست از مرحلهٔ دوم بلندتر است.

با افزایش شمارهٔ لایه‌ها (n)، فاصلهٔ ترازهای انرژی از یکدیگر کمتر می‌شود؛ بنابراین اختلاف انرژی بین لایه‌های ۳ و ۴ بیشتر از اختلاف انرژی بین لایه‌های ۴ و ۵ است. از آنجا که انرژی با طول موج رابطهٔ عکس دارد. پرتو نشرشده در مرحلهٔ نخست دارای انرژی کمتر و در نتیجه طول موج بلندتر نسبت به مرحلهٔ دوم خواهد بود.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۸۹- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

اختلاف انرژی میان لایه‌های پنجم و دوم بیشتر از اختلاف انرژی میان لایه‌های چهارم و دوم است؛ بنابراین در بازگشت الکترون از لایهٔ پنجم به دوم، پرتویی با انرژی بیشتر گسیل می‌شود. از آنجا که انرژی و طول‌موج با هم رابطهٔ عکس دارند، طول‌موج این پرتو کوتاه‌تر از پرتو حاصل از بازگشت الکترون از لایهٔ چهارم به دوم است.

۹۰- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

عبارت‌های «پ» و «ت» نادرست هستند.

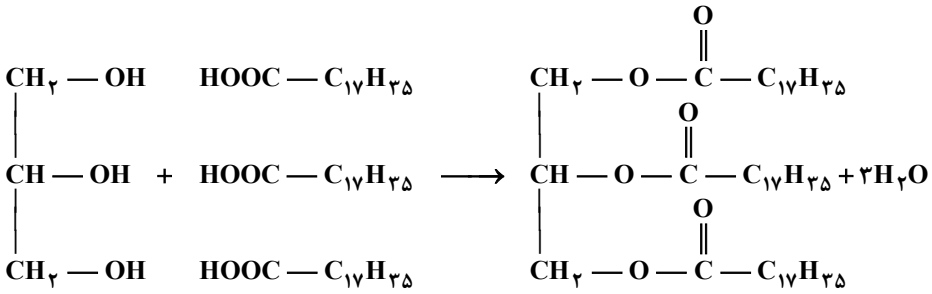
عبارت «پ»: نیروی بین‌مولکولی غالب در روغن‌زیتون از نوع واندروالس است.

عبارت «ت»: صابون مایع را می‌توان نمک پتاسیم یا آمونیوم اسیدهای چرب دانست و طبق متن کتاب، اسیدهای چرب، کربوکسیلیک اسیدهایی با زنجیر بلند کربنی هستند؛ بنابراین نمک پتاسیم هر کربوکسیلیک اسیدی نمی‌تواند به‌عنوان صابون (مایع) محسوب شود.

۹۱- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۱)

به‌جز اتیلن‌گلیکول (CH_2OHCH_2OH) و پتاسیم کلرید (KCl)، سه مادهٔ دیگر نا قطبی بوده و در آب نامحلول، ولی در هگزان محلول هستند.

۹۲- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)



یا می‌توان نوشت:

$$C_3H_8O_3 + 3C_{18}H_{36}O_2 \longrightarrow C_{57}H_{110}O_6 + 3H_2O$$

۹۳- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

اسید چرب $= a\ mol$

استر بلندزنجیر $= b\ mol$

$$\underset{a}{\text{اسید چرب}} + \underset{a}{NaOH} \longrightarrow \underset{a}{\text{صابون}} + \underset{a}{\text{آب}}$$

$$\underset{b}{\text{استر بلندزنجیر}} + \underset{3b}{3NaOH} \longrightarrow \underset{3b}{3\text{صابون}} + \underset{b}{\text{گلیسرول}}$$

$$\begin{cases} \frac{b}{a+b} \times 100 = 60 \\ 2a + 4b = 32 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 6 \end{cases} \Rightarrow \text{مقدار سدیم هیدروکسید مصرف‌شده} = a + 3b = 4 + 3 \times 6 = 22\ mol$$

۹۴- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

فقط عبارت‌های اول و سوم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت دوم: در هر مولکول این استر سنگین تنها سه گروه عاملی استری موجود است. گروه عاملی الکلی و الکل سه‌عاملی بعد از آبکافت این ساختار به‌وجود می‌آیند.

عبارت چهارم: طبق واکنش زیر، این نسبت برابر ۳ می‌باشد.

$$C_{63}H_{122}O_6 + 3H_2O \longrightarrow 3C_{19}H_{39}COOH + C_3H_8O_3$$

۹۵- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) نیروی غالب بین‌مولکولی در روغن‌زیتون به دلیل وجود زنجیرهای بلند هیدروکربنی، واندروالسی و از نوع لاندن است.

پ) زنجیر هیدروکربنی صابون، ناقطبی و آب‌گریز است و باعث ایجاد برهمکنش با چربی‌ها می‌شود. از طرفی بخش یونی (Na^-COO^+)، قطبی و آب‌دوست بوده و موجب پخش شدن صابون در آب می‌شود.

۹۶- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

ساختار موردنظر، مربوط به صابونی جامد با فرمول شیمیایی $C_{15}H_{31}COONa$ است. استر سه عاملی $C_{51}H_{98}O_6$ در واکنش با ۳ مول سدیم هیدروکسید، ۳ مول از این صابون و گلیسیرین را تولید می‌کند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ ۱: صابون‌ها و پاک‌کننده‌های غیرصابونی، خورنده یا فعال شیمیایی نیستند و فقط با چربی‌ها برهم‌کنش داشته و توانایی تغییر ماهیت آن‌ها را ندارند.

گزینهٔ ۲: بخش a با مولکول‌های آب و بخش b با مولکول‌های روغن‌زیتون جاذبه برقرار می‌کند و روغن به‌صورت ذرات ریزِ احاطه‌شده با یون‌های صابون در آب پراکنده شده و یک کلوئید شکل می‌گیرد که مخلوطی ناهمگن است.

گزینهٔ ۴: از واکنش این پاک‌کننده با کلسیم کلرید، رسوبی با فرمول شیمیایی $(C_{15}H_{31}COO)_2Ca$ به‌دست می‌آید که در آب نامحلول است.

۹۷- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

جرم مولی صابون جامد (RCOONa) موردنظر، ۲۷۸ گرم بر مول است:

$$1\,mol \times \frac{11/12\,g}{0/04\,mol} = 278\,g$$

$$C_mH_{2m+1}COONa = C_nH_{2n-1}O_2Na \Rightarrow 14n + 54 = 278 \Rightarrow n = 16$$

پس فرمول شیمیایی اسید چرب اولیه، با جایگزینی سدیم صابون با هیدروژن، $C_{16}H_{32}O_2$ یا $C_{15}H_{31}COOH$ می‌باشد.

۹۸- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

نمونهٔ A، کلوئید و نمونه‌های B و C محلول هستند. در جدول زیر ویژگی‌های نادرست اصلاح شده است.

	شفاف / کدر	ذره‌های سازنده	رفتار در برابر عبور نور	مسیر عبور نور از مخلوط
نمونهٔ A	کدر	توده‌های مولکولی	پخش می‌کند	مشخص است
نمونهٔ B	شفاف	مولکول‌ها و یون‌ها	عبور می‌دهد	مشخص نیست
نمونهٔ C	شفاف	مولکول‌ها و یون‌ها	عبور می‌دهد	مشخص نیست

۹۹- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

فقط کمیت‌های نوشته‌شده در عبارت‌های «ب» و «ث» رابطهٔ معکوس دارند. (با افزایش یکی، دیگری کاهش می‌یابد و بالعکس)

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) با افزایش مقدار صابون آنزیم‌دار، بازده شویش افزایش می‌یابد و رابطهٔ این دو کمیت مستقیم است.

پ) با افزایش دما، جنبش مولکولی زیاد شده و فرایند شست‌وشو تسهیل می‌شود و در نتیجه میزان پاک‌کنندگی صابون افزایش می‌یابد و ارتباط بین این دو کمیت نیز مستقیم است.

ت) بین این دو کمیت ارتباط معناداری وجود ندارد و میزان رسوب تشکیل‌شده به سختی آب و نوع شوینده بستگی دارد.

۱۰۰- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

موارد «پ» و «ت» درست هستند.

صابون جامد: RCOONa

پاک‌کنندهٔ غیرصابونی: $RC_6H_4SO_3Na$

عبارت «پ»: بخش آنیونی پاک‌کنندهٔ غیرصابونی و بخش آنیونی صابون هر دو اندازهٔ بار یکسانی دارند؛ در نتیجه برای موازنهٔ بار منفی یک مول از هر کدام، به مقدار مول یکسانی از یون سدیم نیاز داریم.

عبارت «ت»: اختلاف جرم مولی این دو پاک‌کننده با زنجیر هیدروکربنی مشابه برابر $112\,g\cdot mol^{-1}$ می‌باشد که از مجموع جرم مولی کربن دی‌اکسید و گوگرد تری‌اکسید $(124\,g\cdot mol^{-1})$ کمتر است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت «الف»: رسوب ندادن پاک‌کنندهٔ غیرصابونی در آب حاوی یون‌های کلسیم و منیزیم، نشانهٔ کارایی آن در این آب است، نه سازگاری بیشتر با محیط‌زیست. پاک‌کننده‌های غیرصابونی برخلاف صابون‌ها که منشأ طبیعی دارند، فراورده‌های پتروشیمیایی هستند و طی فرایندهای پیچیده در صنعت تولید شده و در مقایسه با صابون سازگاری کمتری با محیط‌زیست دارند.

عبارت «ب»: گرم کردن چربی با سدیم هیدروکسید، روشی برای تولید صابون است، نه هر نوع پاک‌کننده‌ای. در این فرایند، نمک سدیم اسید چرب، یعنی صابون، تولید می‌شود؛ درحالی‌که پاک‌کنندهٔ غیرصابونیِ به کمک بنزن و دیگر مواد اولیه در صنایع پتروشیمی طی فرایندهای پیچیدهٔ صنعتی تهیه می‌شود.

۱۰۱- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

پاک‌کنندهٔ صابونی : $RCOONa : C_nH_{2n+1}COONa \Rightarrow$ جرم مولی $= 14n + 68$

پاک‌کنندهٔ غیرصابونی : $RC_6H_4SO_3Na : C_mH_{2m+1}C_6H_4SO_3Na \Rightarrow$ جرم مولی $= 14m + 180$

$$14m + 180 - (14n + 68) = 70$$

$$n - m = 3 \Rightarrow n = m + 3$$

تعداد کربن‌های پاک‌کنندهٔ غیرصابونی: $m + 6$

تعداد کربن‌های زنجیر هیدروکربنی صابون جامد: n

اختلاف تعداد کربن‌های خواسته‌شده: $m + 6 - (m + 3) = 3$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰۲- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

در مجرای نخست، تولید گاز در پی واکنش شیمیایی اسید با رسوب‌ها رخ می‌دهد؛ بنابراین یک پدیدهٔ شیمیایی است؛ اما در مجرای دوم، کنده شدن و جدا شدن تکه‌های رسوب بر اثر فشار مکانیکیِ گاز هیدروژن، یک پدیدهٔ فیزیکی به شمار می‌رود.

۱۰۳- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

عبارت‌های اول، سوم و چهارم درست هستند.

عبارت اول: مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها برابر ۱۰ و مجموع ضرایب فراورده‌ها برابر ۵ است؛ پس مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها دو برابر مجموع ضرایب فراورده‌ها است.

$$2Al(s)+2NaOH(s)+6H_2O(l) \longrightarrow 2NaAl(OH)_4(aq)+3H_2(g)$$

عبارت چهارم:

$$\text{چگالی} = \frac{\text{جرم مولی}}{\text{حجم مولی}} = \frac{2\,g}{44/8\,L} \simeq 0/045\,g\cdot L^{-1}$$

بررسی عبارت نادرست:

عبارت دوم: این واکنش گرماده است، پس با آزاد شدن گرما به محیط همراه است، نه جذب گرما از محیط.

۱۰۴- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

غلظت یون Mg^{2+} را $x\ ppm$ در نظر می‌گیریم:

$$g\,Ca^{2+} = 80\times10\times10^{-3} = 0/8\,g \Rightarrow mol\,Ca^{2+} = \frac{0/8}{40} = 0/02 \text{ مول}$$

$$g\,Mg^{2+} = x\times10\times10^{-3} = 0/01x\,g \Rightarrow mol\,Mg^{2+} = \frac{0/01x}{24} = \frac{x}{2400} \text{ مول}$$

مطابق معادلهٔ کلی $2RCOONa+X^{2+} \longrightarrow (RCOO)_2X+Na^+$، هر مول از Ca^{2+} و Mg^{2+}، ۲ مول صابون را به مادهٔ نامحلول تبدیل می‌کند؛ بنابراین با توجه به تبدیل ۰/۱ مول صابون به رسوب، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} mol\,RCOONa = 2\times mol\,Ca^{2+} = 0/04 \\ mol\,RCOONa = 2\times mol\,Mg^{2+} = \frac{x}{1200} \end{cases} \Rightarrow 0/04+\frac{x}{1200} = 0/10 \Rightarrow x = 72$$

پس غلظت یون Mg^{2+} برابر $72\ ppm$ است.

۱۰۵- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

فرمول عمومی اسیدهای چرب با زنجیر هیدروکربنی سیرشده $C_nH_{2n}O_2$ است. وجود تنها یک پیوند دوگانه در زنجیر هیدروکربنی باعث حذف دو اتم H و تبدیل فرمول عمومی به شکل $C_nH_{2n-2}O_2$ می‌شود؛ بنابراین جرم مولی این اسید چرب برابر است با:

$$(12n)+(2n-2)+32 = 14n+30$$

هر مول از اسید چرب با یک مول $NaOH$ واکنش می‌دهد و یک مول صابون تولید می‌کند.

$$C_nH_{2n-3}O_2Na \sim NaOH$$

در تشکیل صابون سدیمی، یک اتم H اسید با یک اتم Na جایگزین می‌شود؛ بنابراین جرم مولی صابون برابر با $(14n+30)-1+23 = 14n+52$ است. حجم محلول نیز $750\ mL = 0/75\ L$ می‌باشد.

برای راحتی کار فرمول شیمیایی صابون را برابر A و فرمول شیمیایی اسید چرب را برابر B در نظر می‌گیریم:

$$91/2\,g\,A\times\frac{1\,mol\,A}{(14n+52)\,g\,A}\times\frac{1\,mol\,NaOH}{1\,mol\,A}\times\frac{1\,L\,NaOH}{0/4\,mol\,NaOH} = 0/75\,L\,NaOH \Rightarrow n = 18$$

فرمول صابون: $C_{18}H_{33}O_2Na$

فرمول اسید چرب: $C_{18}H_{34}O_2$

جرم اسید چرب مصرف‌شده با جرم مولی $282\ g\cdot mol^{-1}$ نیز برابر است با:

$$NaOH \sim C_{18}H_{34}O_2$$

$$0/75\,L\,NaOH\times\frac{0/4\,mol\,NaOH}{1\,L\,NaOH}\times\frac{1\,mol\,B}{1\,mol\,NaOH}\times\frac{282\,g\,B}{1\,mol\,B} = 84/6\,g$$

بنابراین جرم اسید چرب مصرف‌شده ۸۴/۶ گرم است و در فرمول شیمیایی صابون حاصل ۳۳ اتم هیدروژن وجود دارد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir